

Методика подготовки к заданию №15 К-ЕГЭ по информатике

Тихонова Ольга Сергеевна,
МАОУ «Лицей №15 г.Мытищи»

Виды задач №15 К-ЕГЭ

Задачи на поиск множества, отрезка

Задачи с делителями, поразрядной конъюнкцией

Задачи на координатной плоскости

Необходимые знания и умения для аналитического решения

Информатика

- Таблицы истинности логических операций
- Решение задач при помощи диаграмм Эйлера-Венна
- Применение формул преобразования логических выражений
- Перевод чисел в системах счисления

Математика

- Применение признаков делимости
- Решение линейных, квадратных уравнений и неравенств
- Построение и анализ графиков функций

Необходимые знания и умения для решения методом программирования

Информатика

- Условные операторы
- Поиск минимума и максимума
- Регулярный цикл с параметром
- Вложенный цикл

Математика

- Умение анализировать и оценивать необходимость и достаточность условий для поиска и величину интервала поиска

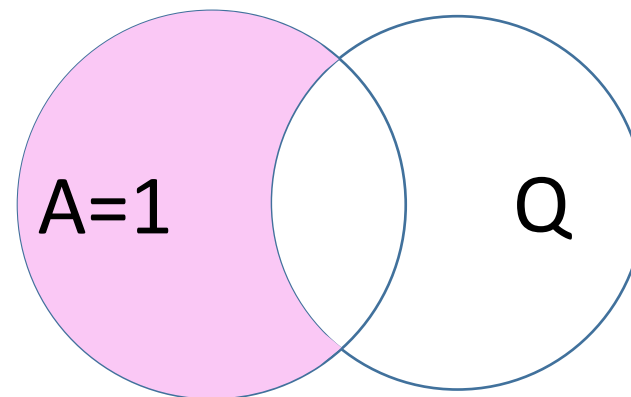
Аналитическое решение (отрезки)

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[2,20]$ и $Q=[15,25]$. Какова минимальная длина отрезка A , такого, что формула

$$((x \notin A) \rightarrow (x \notin P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x ?

A	P	Q	F
	0	0	1
	0	1	1
	1	0	?
	1	1	1



Аналитическое решение (отрезки)

$$P=[2,20]$$

$$Q=[15,25]$$

		2	15		20		25
P	0	1		1		0	0
Q	0	0		1		1	0
A		1					0

A	P	Q	F
	0	0	1
	0	1	1
1	1	0	1
	1	1	1

Какова минимальная длина отрезка A?

Ответ: 13

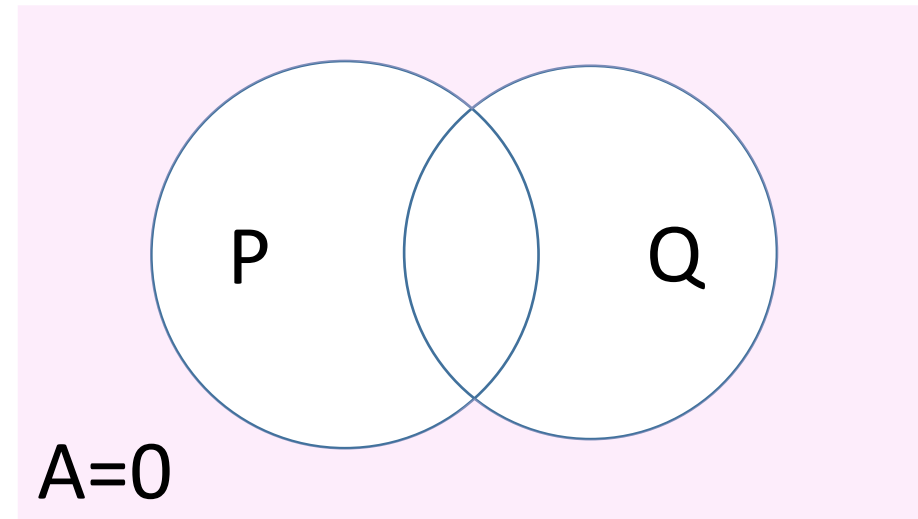
Аналитическое решение (отрезки)

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[10,20]$ и $Q=[25,55]$. Определите наибольшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

A	P	Q	F
	0	0	?
	0	1	1
	1	0	1
	1	1	1



Аналитическое решение (отрезки)

$P=[10,20]$

$Q=[25,55]$

	10	20	25	55
P	0	1	0	0
Q	0	0	0	1
A	0		0	0

A	P	Q	F
0	0	0	1
	0	1	1
	1	0	1
	1	1	1

Определите наибольшую возможную длину отрезка A.

Ответ: 30

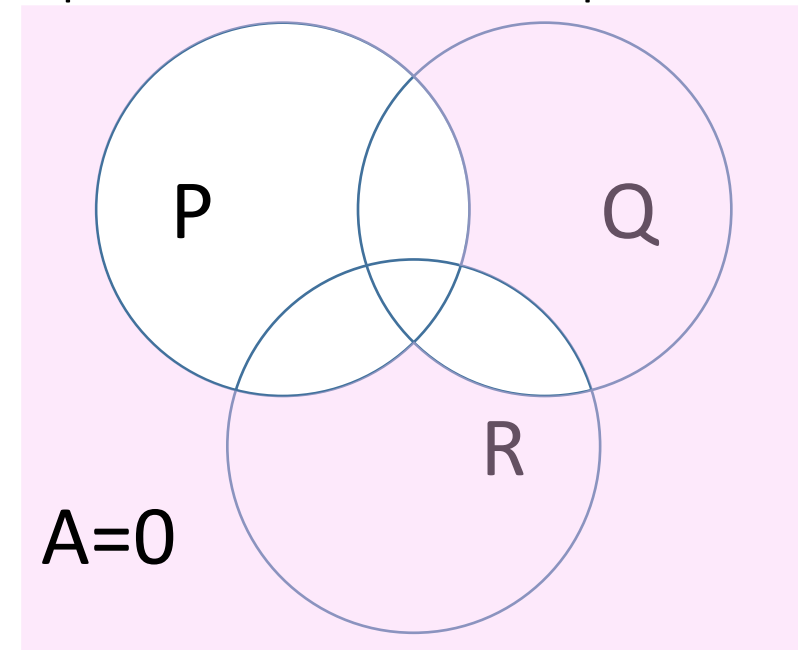
Аналитическое решение (отрезки)

На числовой прямой даны три отрезка: $P=[10,25]$, $Q=[15,30]$ и $R=[25,40]$. Какова максимальная длина отрезка A , при котором формула

$$((x \in Q) \rightarrow (x \notin R)) \wedge (x \in A) \wedge (x \notin P)$$

тождественно ложна, то есть принимает значение 0 при любом значении переменной x ?

A	Q	R	P	F
	1	0	0	?
	0	1	0	?
	0	0	0	?



Аналитическое решение (отрезки)

$Q=[15,30]$

$R=[25,40]$

$P=[10,25]$

	10	15	25	30	40
Q	0	0	1	1	0
R	0	0	0	1	0
P	0	1	1	0	1
A	0				0

A	Q	R	P	F
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	0	0

Какова максимальная длина отрезка А?

Ответ: 20

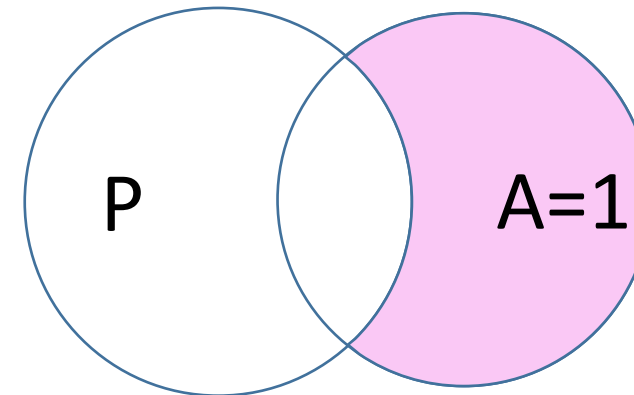
Аналитическое решение (отрезки)

На числовой прямой даны два отрезка: $P=[1, 98]$, $Q=[25, 42]$. Найдите наименьшую возможную длину отрезка A , при котором формула

$$(x \in Q) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge (x \in Q) \rightarrow (x \in A)) \Leftrightarrow \neg(x \in Q) \vee (x \in P) \vee \neg(x \in Q) \vee (x \in A) \Leftrightarrow \\ (x \in P) \vee \neg(x \in Q) \vee (x \in A)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любых x .

A	P	Q	F
	0	1	?



Аналитическое решение (отрезки)

$$Q=[25, 42]$$

$$P=[1, 98]$$

	1	25	42	98	
P	0	1	1	1	0
Q	0	0	1	0	0
A					

A horizontal number line with vertical grid lines at 1, 25, 42, and 98. Above the line, the values 1, 25, 42, and 98 are labeled. Below the line, there are three rows labeled P, Q, and A. Row P has a solid line segment from 1 to 98. Row Q has a solid line segment from 25 to 42. Row A has a solid line segment from 25 to 42, which is the intersection of the segments in rows P and Q.

A	P	Q	F
1	0	1	1

Найдите наименьшую возможную длину отрезка A

Ответ: 0

Аналитическое решение (множества)

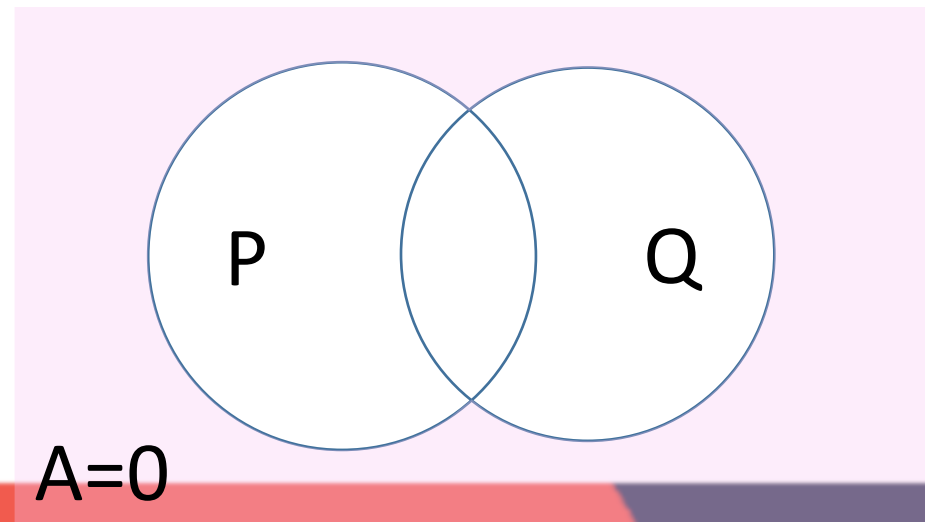
Элементами множеств A, P и Q являются натуральные числа, причём $P=\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$ и $Q=\{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$.

Известно, что выражение

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (\neg(x \in Q) \rightarrow \neg(x \in A)) \Leftrightarrow \neg(x \in A) \vee (x \in P) \vee (x \in Q) \vee \neg(x \in A) \Leftrightarrow \neg(x \in A) \vee (x \in P) \vee (x \in Q)$$

истинно (т.е. принимает значение 1 при любом значении переменной x. Определите наибольшее возможное количество элементов в множестве A.

A	P	Q	F
	0	0	?



Аналитическое решение (множества)

$Q = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$

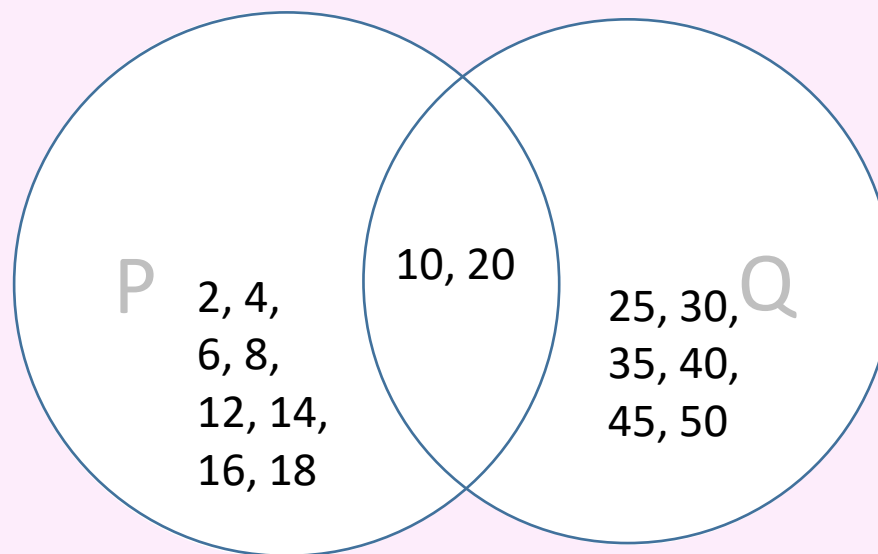
$P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$

A	P	Q	F
0	0	0	1

Определите наибольшее возможное количество элементов в множестве A.

A=0

18



Аналитическое решение (делители)

Обозначим через $\text{ДЕЛ}(n, m)$ утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

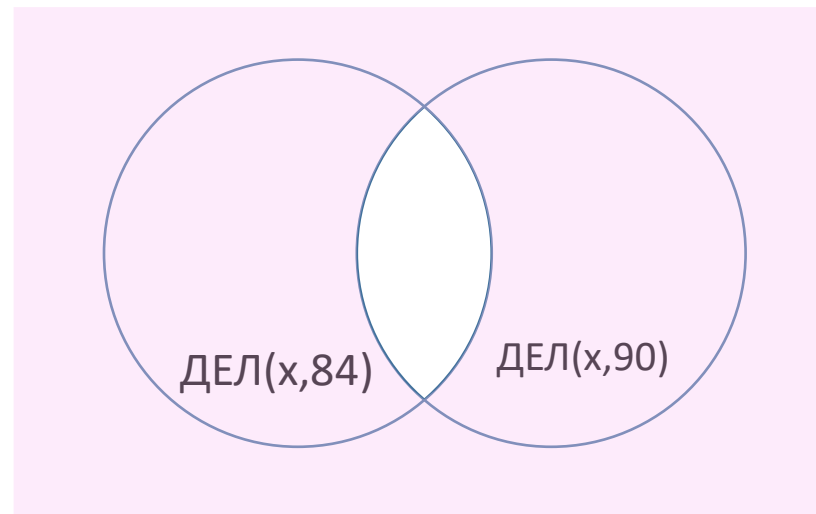
$$(\neg \text{ДЕЛ}(x, 84) \vee \neg \text{ДЕЛ}(x, 90)) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

$\text{ДЕЛ}(x, 84)=1$ для множества чисел $\{84, 168, 252, 336, \dots\}$

$\text{ДЕЛ}(x, 90)=1$ для множества чисел $\{90, 180, 270, 360, \dots\}$

A	P	Q	F
	0	0	?
	0	1	?
	1	0	?
	1	1	1

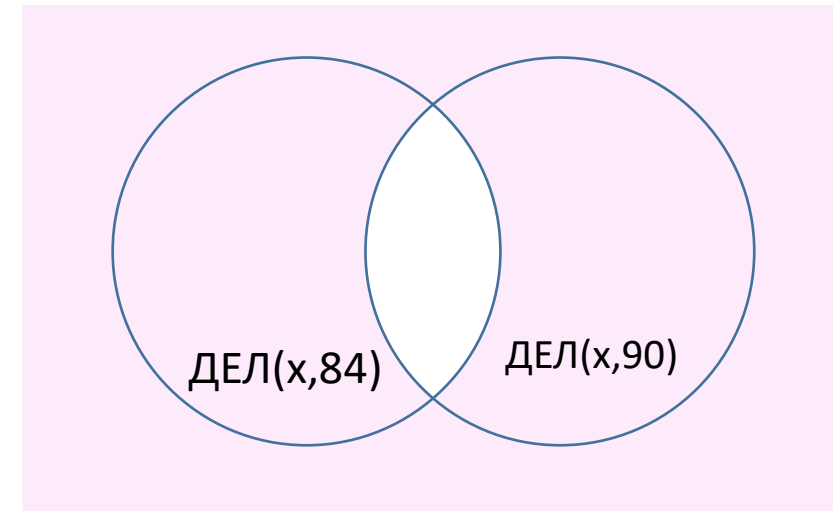


Аналитическое решение (делители)

$\text{ДЕЛ}(x, 84)=1$ для множества чисел $\{84, 168, 252, 336, \dots, 1260\}$

$\text{ДЕЛ}(x, 90)=1$ для множества чисел $\{90, 180, 270, 360, \dots, 1260\}$

A	P	Q	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1



Для какого наименьшего натурального числа A формула тождественно истинна?

1260

Решение методом программирования (делители)

```
m=84*90
for a in range(1,84*90):
    k=True
    for x in range(1,84*90):
        f=(x%84!=0 or x%90!=0)<=(x%a!=0)
        if not f:
            k=False
            break
    if k==True:
        m=min(m,a)
print(m)
```

Решение методом программирования (делители)

Обозначим через ДЕЛ(n , m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Для какого наименьшего натурального числа A формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 35) \wedge (\text{ДЕЛ}(730, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(110, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

```
m=730*110
for a in range(1, 730*110):
    k=True
    for x in range(1, 730*110):
        f=(a%35==0) and ((730%x==0) <= ((a%x!=0)<=(110%x!=0)))
        if not f:
            k=False
            break
    if k==True:
        m=min(m, a)
print(m)
```

Решение методом программирования (делители)

Обозначим через ДЕЛ(n , m) утверждение «натуральное число n делится без остатка на натуральное число m ». Сколько существует натуральных значений A на отрезке $[1;1000]$, при которых формула

$$\text{ДЕЛ}(A, 35) \wedge (\text{ДЕЛ}(730, x) \rightarrow (\neg \text{ДЕЛ}(A, x) \rightarrow \neg \text{ДЕЛ}(110, x)))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной x)?

```
count=0
for a in range(1,1001):
    k=True
    for x in range(1,1001):
        f=(a%35==0) and ((730%x==0) <= ((a%x!=0)<=(110%x!=0)))
        if not f:
            k=False
            break
    if k==True:
        count+=1
print(count)
```

Решение методом программирования (поразрядная конъюнкция)

Введём выражение $M \& K$, обозначающее поразрядную конъюнкцию M и K (логическое «И» между соответствующими битами двоичной записи). Определите наименьшее натуральное число A , такое что выражение

$$(X \& 87 = 0) \rightarrow ((X \& 31 \neq 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной X)?

```
m=87*31
for a in range(1,87*31):
    k=True
    for x in range(1,87*31):
        f=(x&87==0)<=((x&31!=0)<=(x&a!=0))
        if not f:
            k=False
            break
    if k==True:
        m=min(m,a)
print(m)
```

```
m=730*110
for a in range(1,730*110):
    k=True
    for x in range(1,730*110):
        f=(a%35==0) and ((730%x==0) <= ((a%x!=0)<=(110%x!=0)))
        if not f:
            k=False
            break
    if k==True:
        m=min(m,a)
print(m)
```

Решение методом программирования (координатная плоскость)

Укажите наименьшее целое значение A , при котором выражение

$$(y + 2x < A) \vee (x > 20) \vee (y > 30)$$

истинно для любых целых положительных значений x и y .

```
m=600
for a in range(1,601):
    k=True
    for x in range(1,601):
        for y in range(1,601):
            f=(y+2*x<a) or (x>20) or (y>30)
            if not f:
                k=False
                break
    if k==True:
        m=min(m,a)
print(m)
```

Решение методом программирования (координатная плоскость)

Для какого наибольшего целого неотрицательного числа A выражение

$$(x^2 - 11x + 28 > 0) \vee (y^2 - 9y + 14 > 0) \vee (x^2 + y^2 > A)$$

тождественно истинно, т.е. принимает значение 1 при любых целых положительных x и y ?

```
m=0
for a in range(1, 601):
    k=True
    for x in range(1, 601):
        for y in range(1, 601):
            f=(x**2-11*x+28>0) or (y**2-9*y+14>0) or (x**2+y**2>a)
            if not f:
                k=False
                break
        if k==True:
            m=max(m, a)
print(m)
```

Спасибо за внимание!

