АКАДЕМИЯ СОЦИАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

Метод вспомогательной окружности в решении заданий повышенной сложности ОГЭ/ЕГЭ

Колчанов Сергей Александрович, учитель математики АНО «Школа «Президент», методист

Актуальность

- Наиболее эффективным методом решения сложных геометрических задач является **метод дополнительных построений**.

- Дополнительные построения позволяют свести задачу к другим задачам, решения которых хорошо известны или легко могут быть получены. Требуется большой опыт, изобретательность, геометрическая интуиция, чтобы догадаться, какие дополнительные линии следует провести. Иногда условие задачи подсказывает выбор дополнительного построения.

- Одним из дополнительных построений, дающих ключ к решению ряда задач, является проведение вспомогательной окружности. Использование в решении планиметрических задач такого дополнительного построения можно рассматривать как специальный метод решения этих задач

  – метод вспомогательной окружности.

План семинара

1. Суть и целесообразность **метода вспомогательной окружности;**
2. Основные опорные характеристические признаки использования метода;
3. Вводные опорные задания на применение метода (базовый уровень);
4. Дополнительные теоремы-следствия метода (за страницами учебника геометрии) и их применение в решении задач;
5. Решение избранных заданий ЕГЭ и ОГЭ с применением метода.

Суть и целесообразность метода вспомогательной окружности

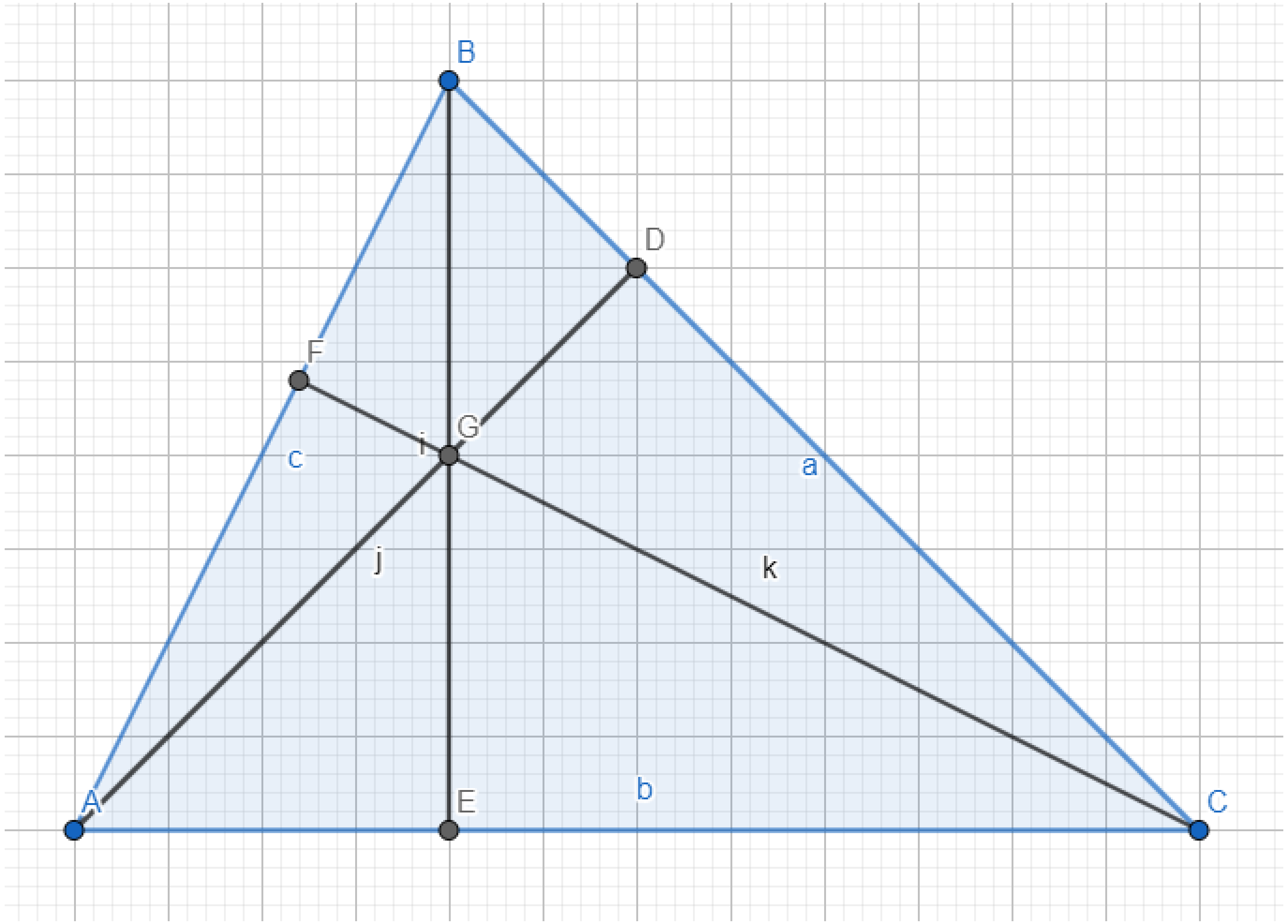
Если в решении планиметрических задач требуется установить связь между данными и искомыми величинами, то бывает крайне полезно около треугольника или четырехугольника описать окружность (реже – вписать), после чего все эти связи становятся более ощутимыми или даже очевидными.

Признаки использования метода вспомогательной окружности

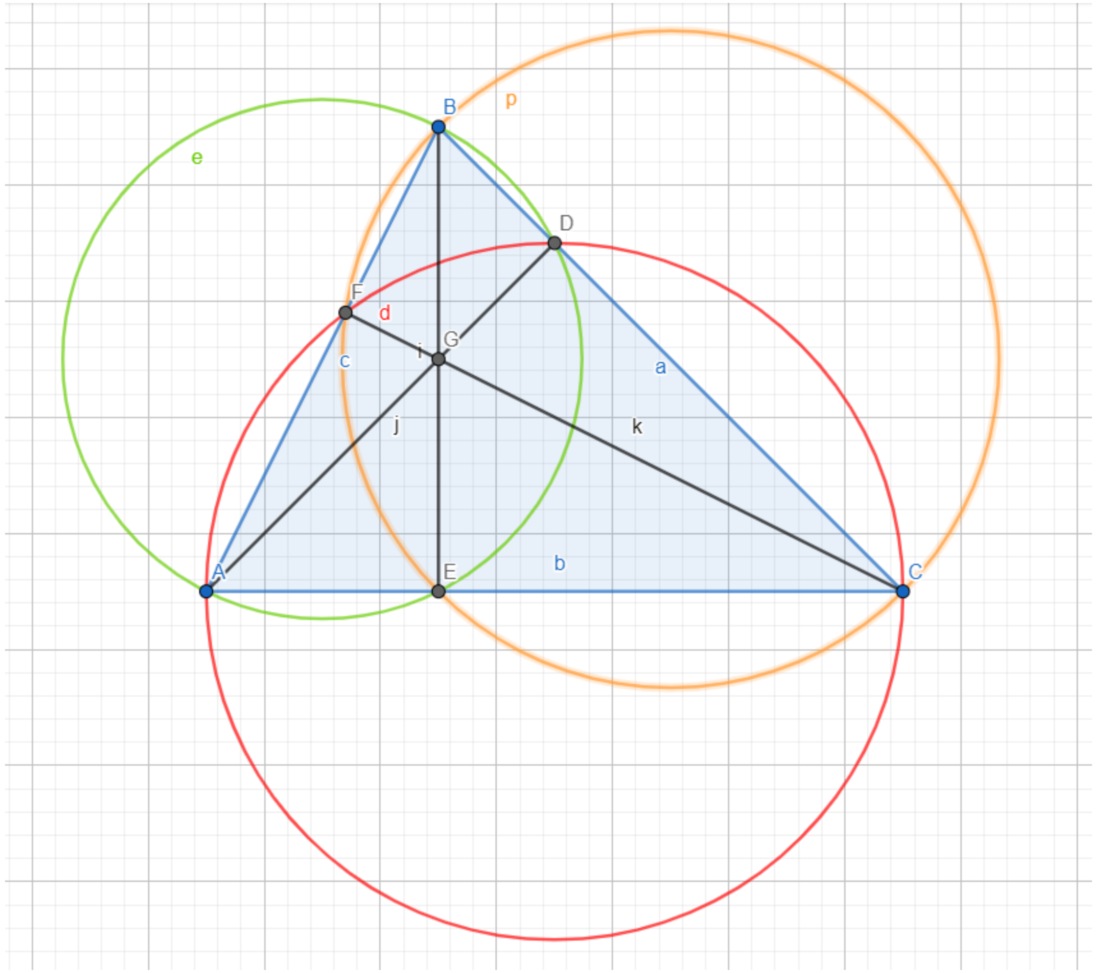
В процессе изучения метода вспомогательной окружности необходимо научиться выделять и использовать те признаки, наличие которых в задаче приводит к построению вспомогательной окружности:

- Если дан прямоугольный треугольник, то вокруг него описывается окружность, центром которой является середина гипотенузы, а радиус равен медиане, проведенной к гипотенузе этого треугольника.
- В задачах, условие которых подразумевает построение серединных перпендикуляров, часто сводится к построению окружности.
- Если удается установить, что суммы противоположных углов выпуклого четырехугольника равны, то вокруг него описывается окружность**.**
- Если дан квадрат, прямоугольник, правильный n-угольник, равнобедренная трапеция, то вокруг них описывается окружность.
- Если точки B и C лежат по одну сторону от прямой AD и отрезок AD виден из точек B и C под равными углами, то около ABCD (или ACBD) можно описать окружность.

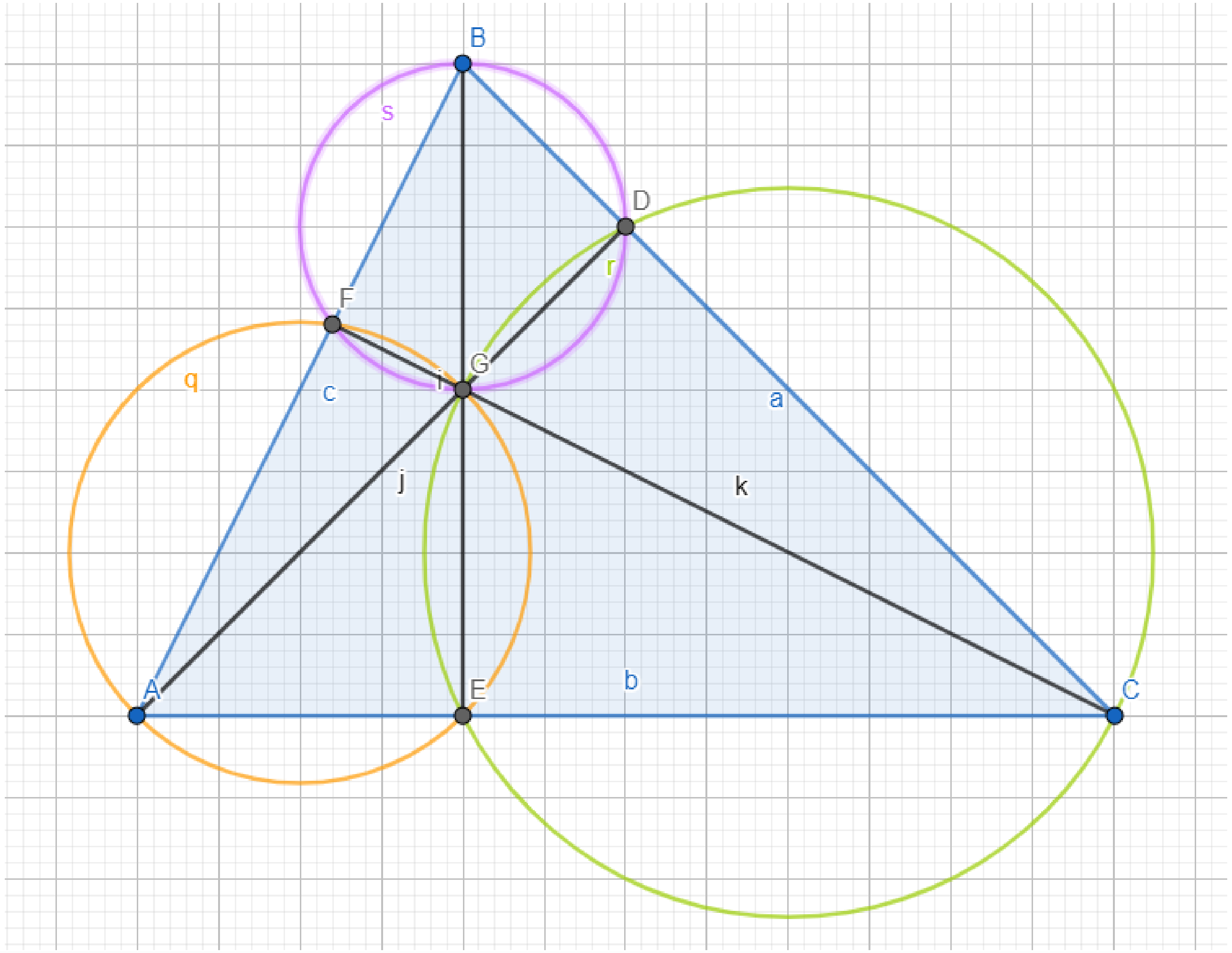
Вводные задачи/ задача 1



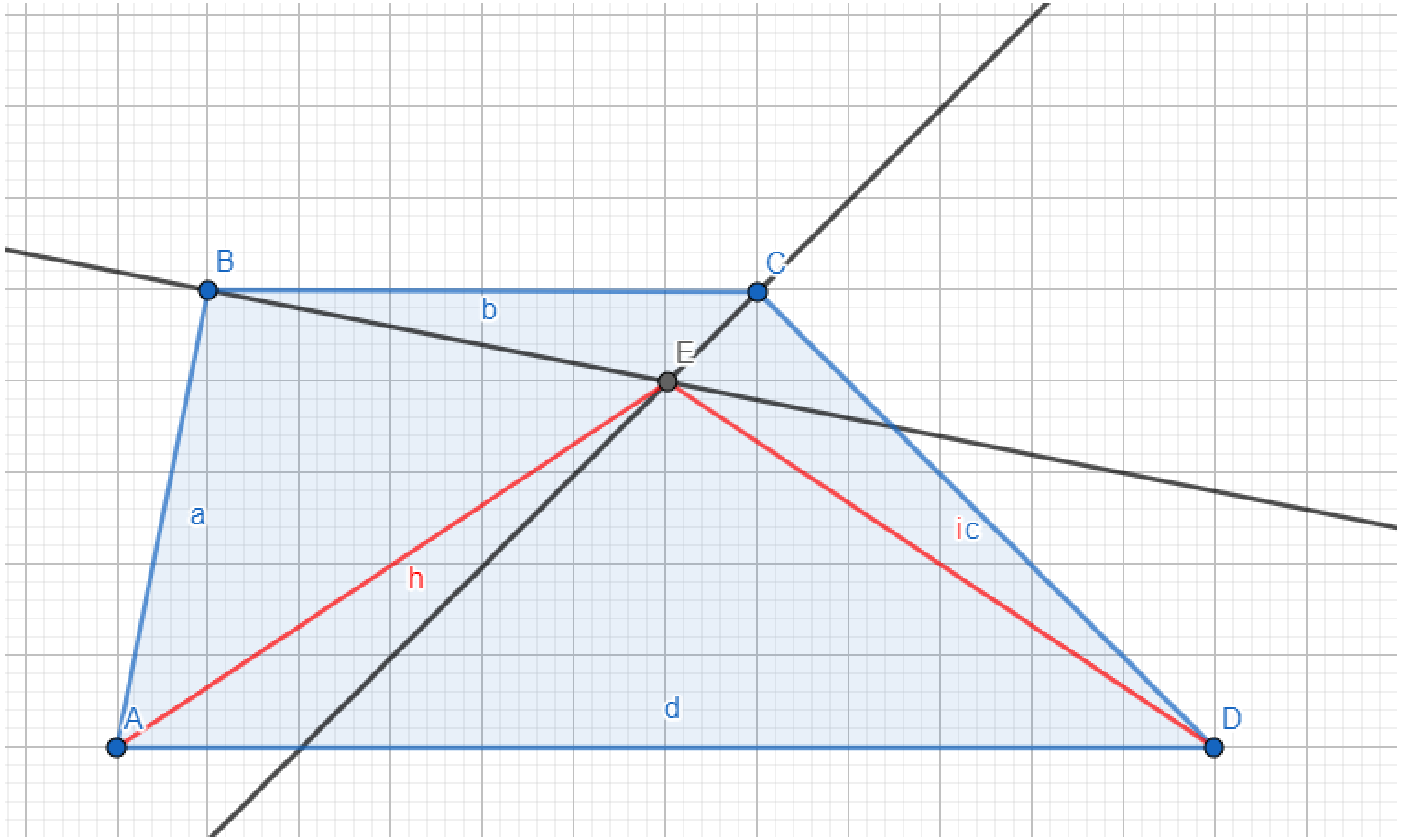
Вводные задачи/ задача 1



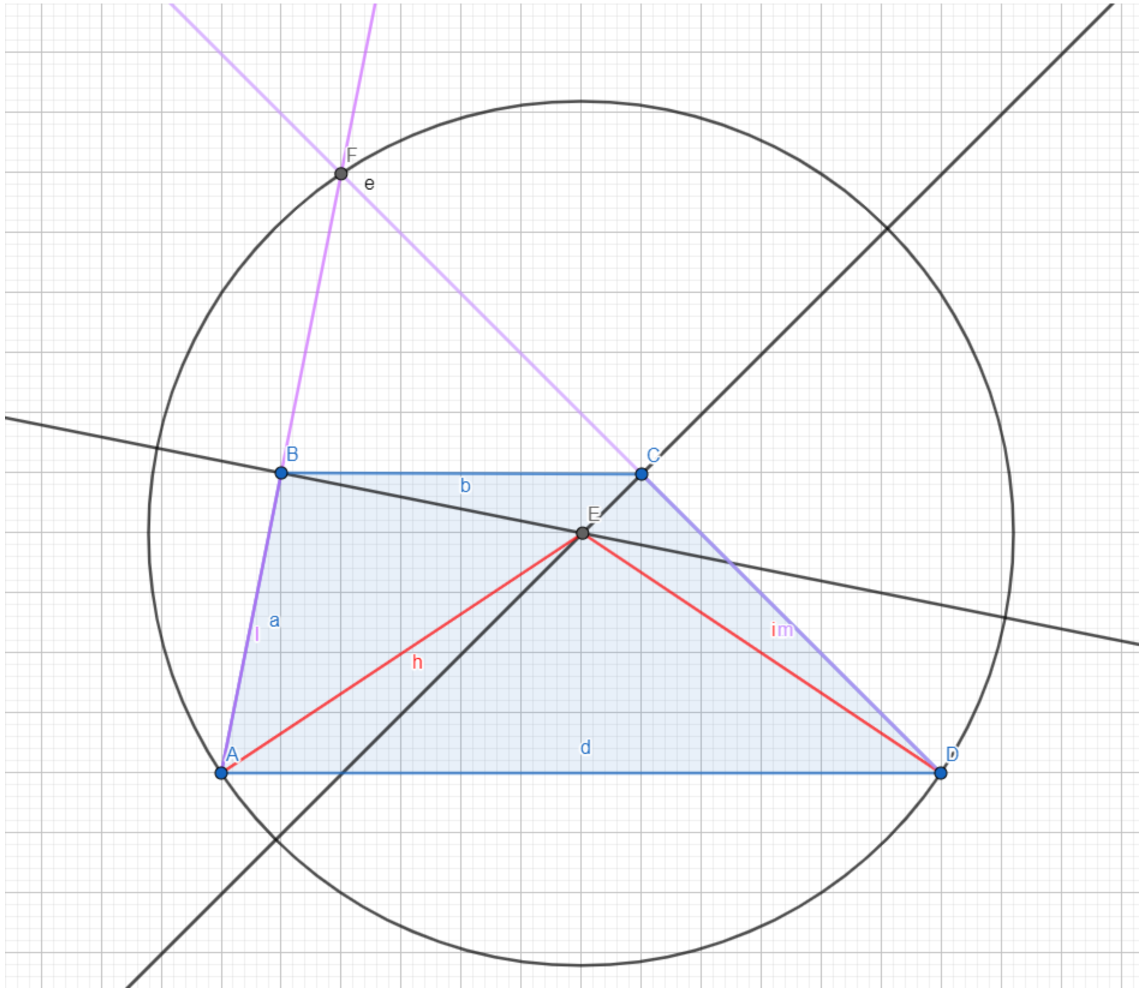
Вводные задачи/ задача 1



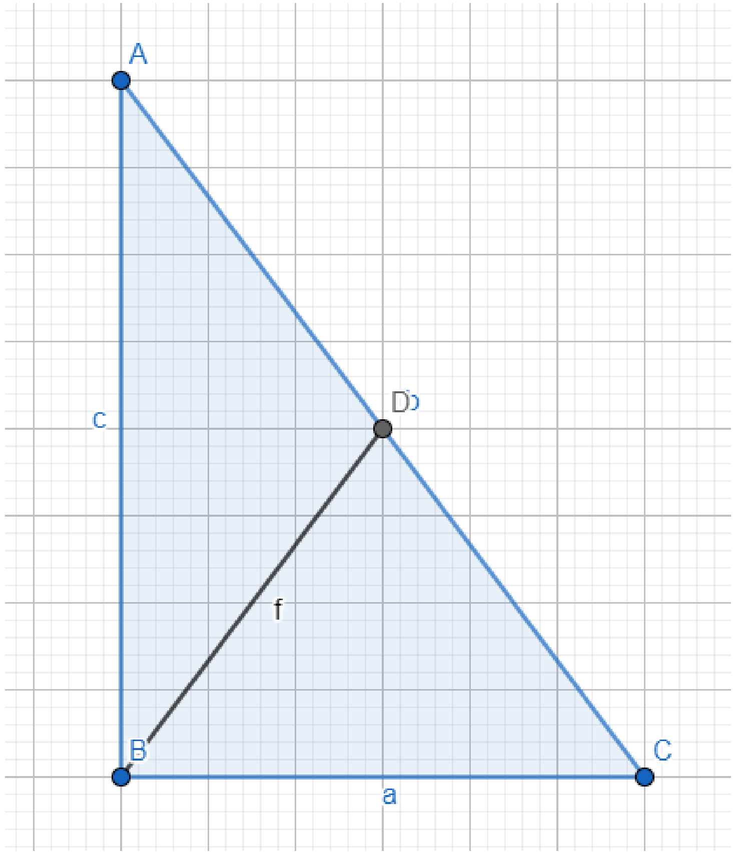
Вводные задачи/ задача 2



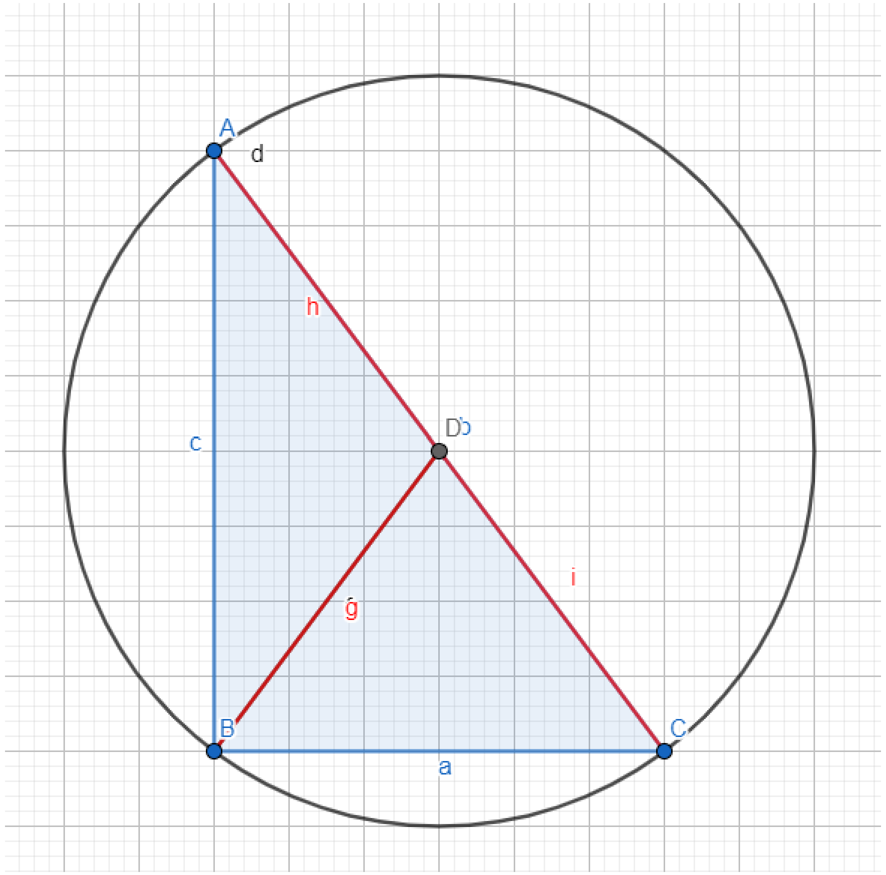
Вводные задачи/ задача 2



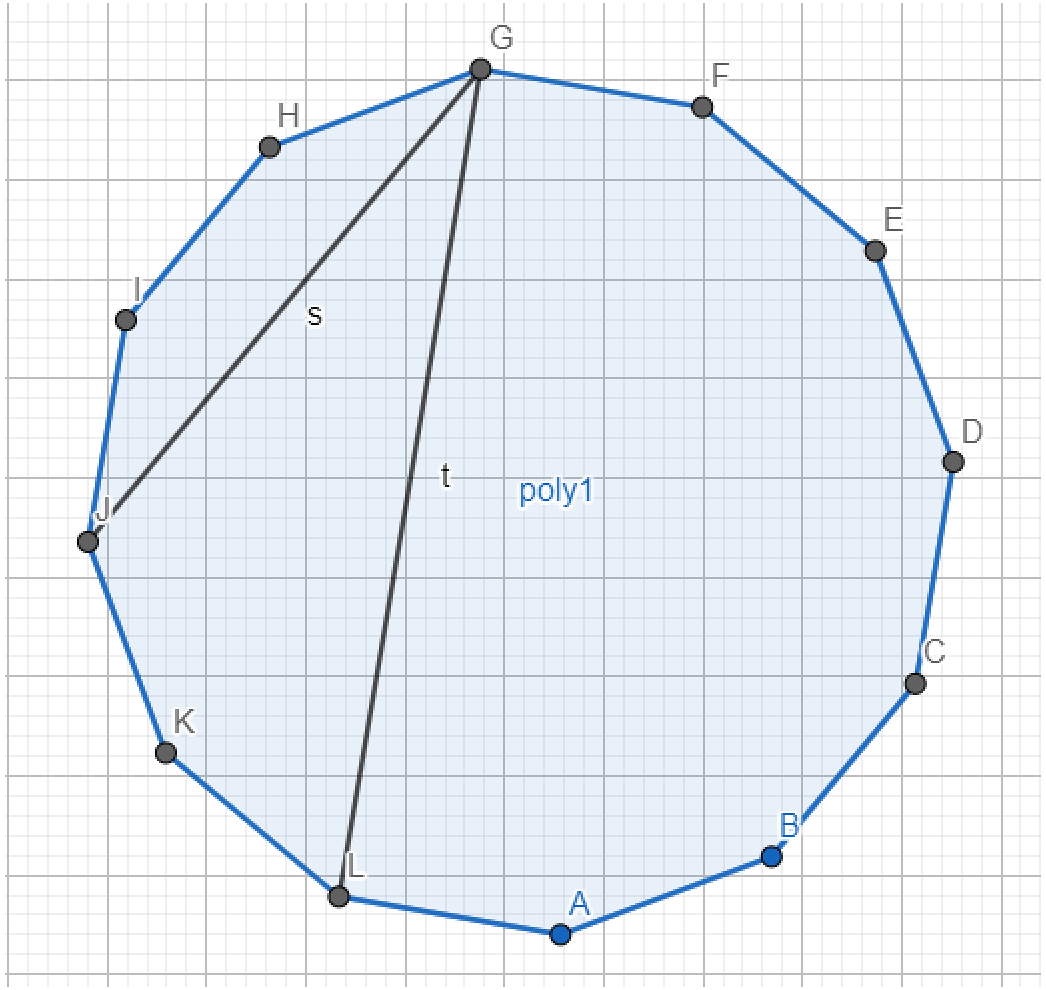
Вводные задачи/ задача 3



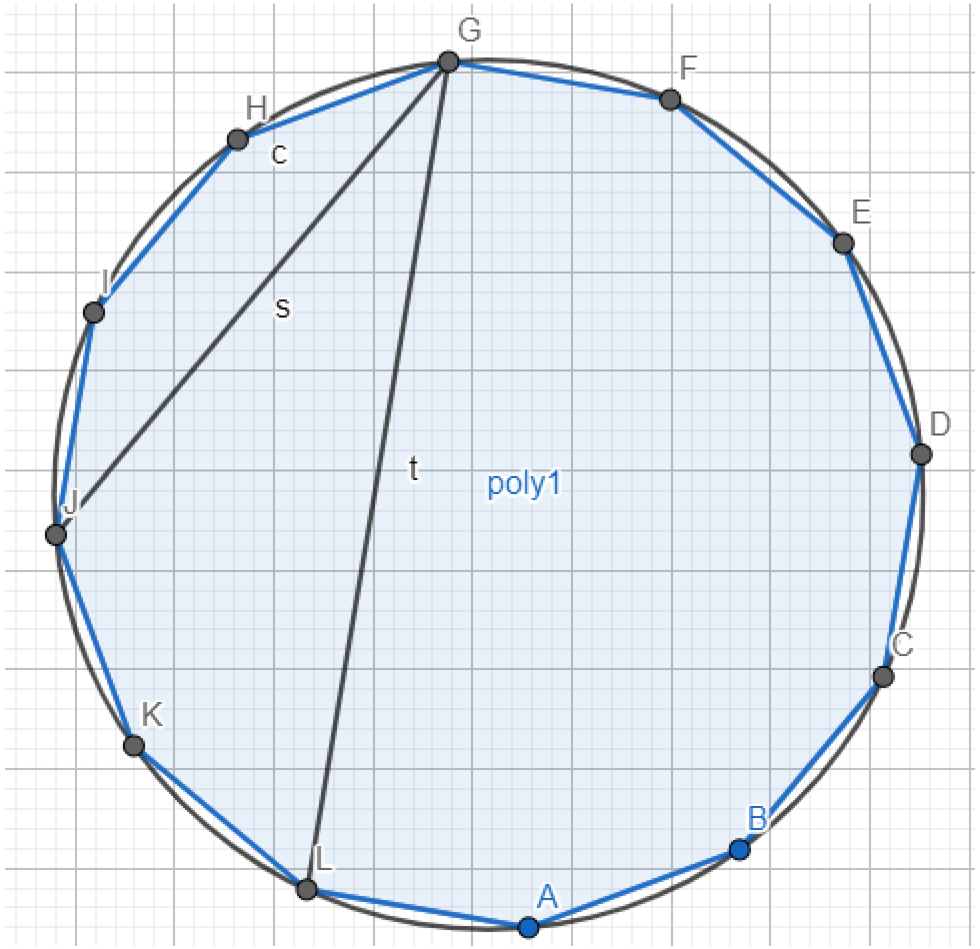
Вводные задачи/ задача 3



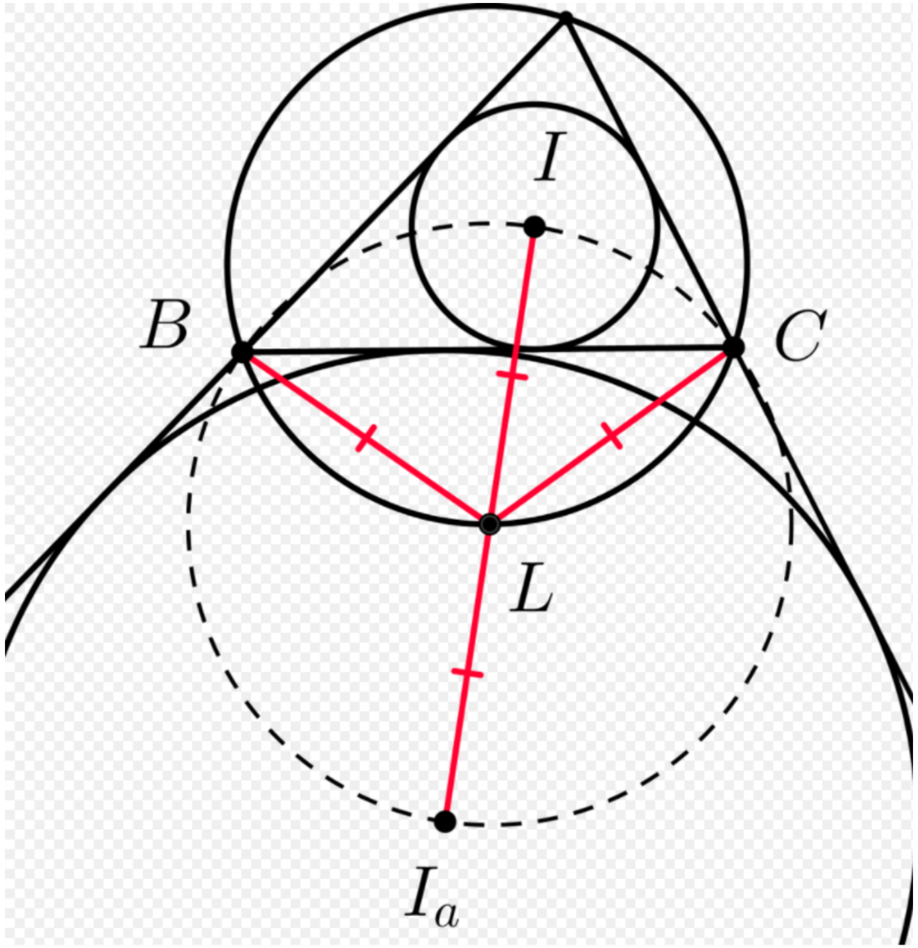
Вводные задачи/ задача 4



Вводные задачи/ задача 4



Теоремы (за страницами учебника математики)

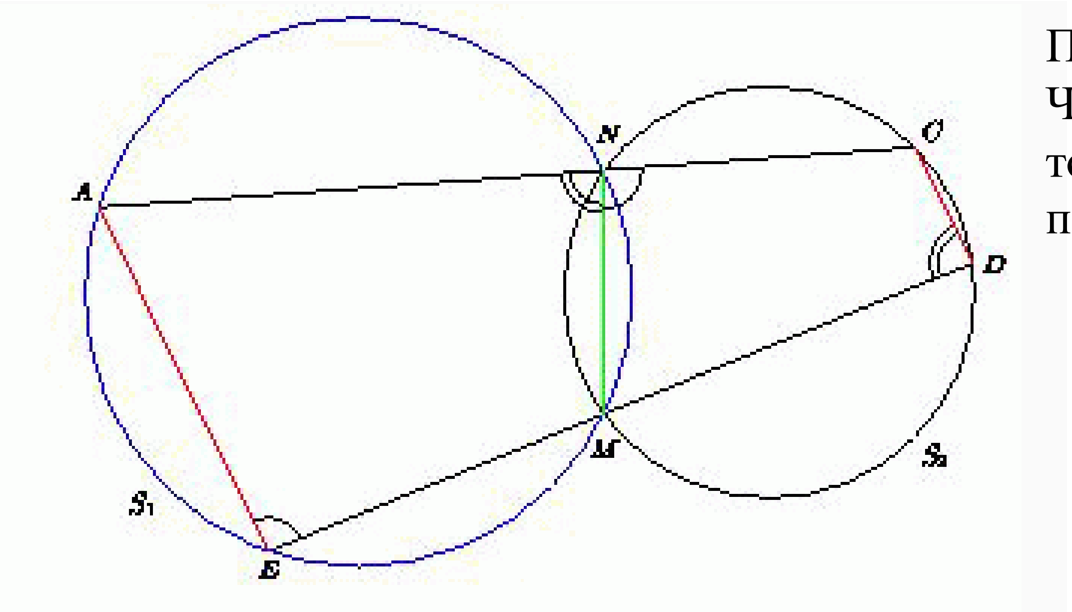


Лемма Мансиона «о трезубце»

Пусть L – точка пересечения стороны BC треугольника ABC с отрезком I Ia, где I – центр вписанной окружности треугольника ABC, Ia – центр вневписанной окружности, касающейся стороны BC треугольника ABC. Тогда точка L равноудалена от всех четырёх точек B; C; I; Ia.

Теоремы (за страницами учебника математики)

Лемма (теорема Н.И. Фусса).



Пусть окружности S_1 и S_2 пересекаются в точках M и N. Через точку M проведена прямая, пересекающая S_1 в точке E, S_2 – в точке D, а через точку N – прямая, пересекающая S_1 в точке A, S_2 – в точке C. Тогда $AE \parallel CD$.

Задачи ЕГЭ и ОГЭ по теме семинара

1. (ОГЭ, 2018) В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH, из точки H на стороны AB и BC опустили перпендикуляры HK и HM соответственно. Докажите, что треугольник MBK подобен треугольнику ABC.

Задачи ЕГЭ и ОГЭ по теме семинара

2. (ЕГЭ, 2019)

Дана трапеция $ABCD$, где $AB = BC = CD$, точка E лежит на плоскости так, что $BE \perp AD$ и $CE \perp BD$

а) Докажите, что углы AEB и BDA равны.

б) Найдите площадь трапеции, если $AB = 50$, а $\cos AEB = \frac{4}{5}$.

АКАДЕМИЯ СОЦИАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

ЦЕНТР НЕПРЕРЫВНОГО ПОВЫШЕНИЯ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО МАСТЕРСТВА

Спасибо!

Колчанов Сергей Александрович, учитель математики АНО «Школа «Президент», методист