"Методика решения заданий по теме " Производная"

(7 номер профильного ЕГЭ)

Л.А. Павлова, учитель математики
МБОУ «Дороховская СОШ» Рузского г. о.

23.04.2021

учитель будущего

Тема «Производная»

Теоретическая справка

учитель будущего

Это важно знать!

$$f'(x_0) = k_{кас}$$

$$f'(x_0) = tg \propto$$

$$tg \propto = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$f'(x_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$f'(x_0) = tg \propto = \frac{\Delta y}{\Delta x} = k_{кас}$$

	(a;b)	b	(b;c)	c	(c;d)
производная	+	0	-	0	+
функция	↗		↘		↗
		max		min	

Условие параллельности прямых

a: $y=k_1x + b_1$

m: $y=k_2x + b_2$

a||m, если $k_1=k_2$

Точки экстремума	
max	min
f(x) меняет монотонность	f'(x) меняет знак

Геометрический смысл производной, касательная

Хочешь решить задачу – **внимательно** прочитай условие!

учитель будущего

№1 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$ или совпадает с ней.

Условие параллельности прямых

a: $y=k_1x + b_1$

m: $y=k_2x + b_2$

a | | m, если $k_1=k_2$

Решение:

$y = 6$ $y = 0x+6$ $k = 0$

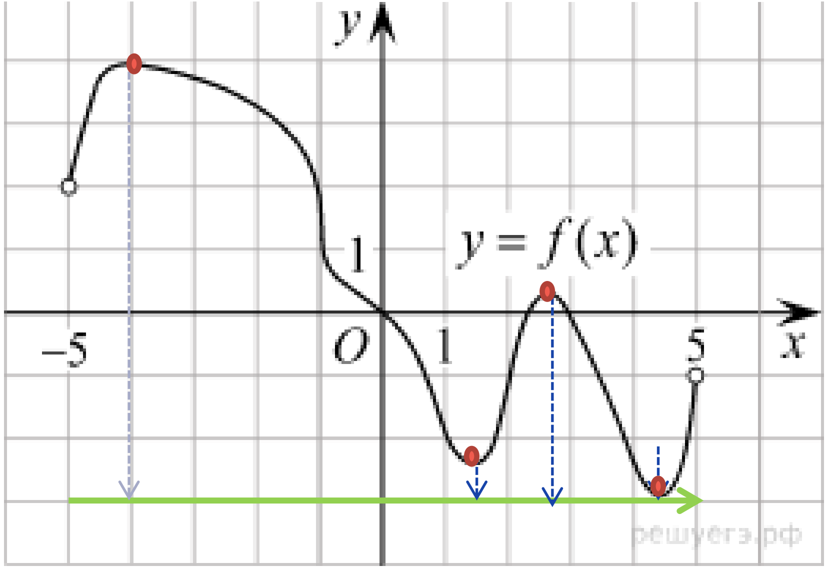
1) касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$ или совпадает с ней, если $k_{кас} = 0$.

2) $f'(x_0) = k_{кас}$

$k_{кас} = 0$

→ X_0 – точка min или max

	(a;b)	b	(b;c)	c	(c;d)
производная	+	0	-	0	+
функция	↗		↘		↗
		max		min	

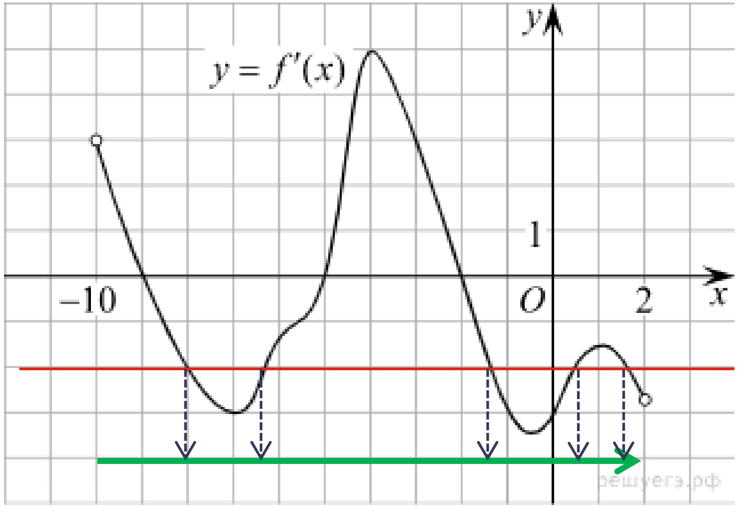


3) касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$ или совпадает с ней в 4 точках.

Ответ: 4

$$f'(x_0) = tg\,\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = k_{кас}$$

№2 На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (−10; 2). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции *f(x)* параллельна прямой *y* = −2*x* − 11 или совпадает с ней.



Решение: 1) *y* = −2*x* − 11 **k = -2**

2) $f'(x_0) = \text{k}_{\text{кас}}$

$\text{k}_{\text{кас}}$ = k = **-2**

→ $f'(x_0) = -2$

3) касательная к графику функции параллельна прямой *y* = −2*x* − 11 или совпадает с ней в 5 точках.

Ответ: 5

учитель будущего

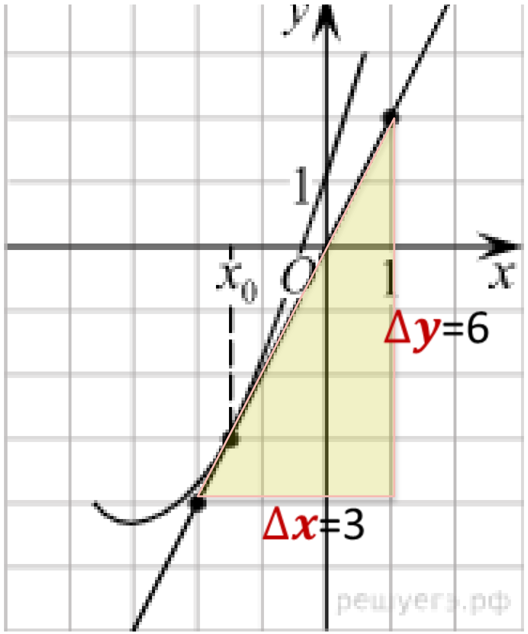
№3 На рисунке изображён график функции *y=f(x)* и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции *f(x)* в точке x_0.

	k>0	K<0
Функция y=kx+b		

Решение:

$$f'(x_0) = tg \propto = \frac{\Delta y}{\Delta x} = k_{кас}$$

$$f'(x_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Функция y = kx + b (касательная) - возрастает, значит $k_{кас}$ > 0.

$$f'(x_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6}{3} = 2$$

Ответ: 2

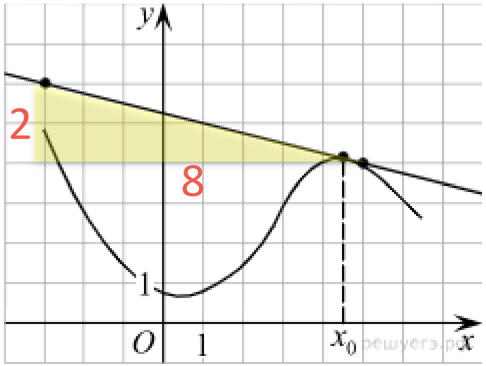
№4 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

	k>0	K<0
Функция y=kx+b		

Решение:

$$f'(x_0) = tg\propto = \frac{\Delta y}{\Delta x} = k_{кас}$$

$$f'(x_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$



Угол наклона касательной к положительному направлению оси Ox – тупой , значит $k_{кас} < 0$.

$$f'(x_0) = -\frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{2}{8} = -0,25$$

Ответ: - 0,25

учитель будущего

№5 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

	(a;b)	b	(b;c)	c	(c;d)
производная	+	0	-	0	+
функция					
		max		min	

Решение:

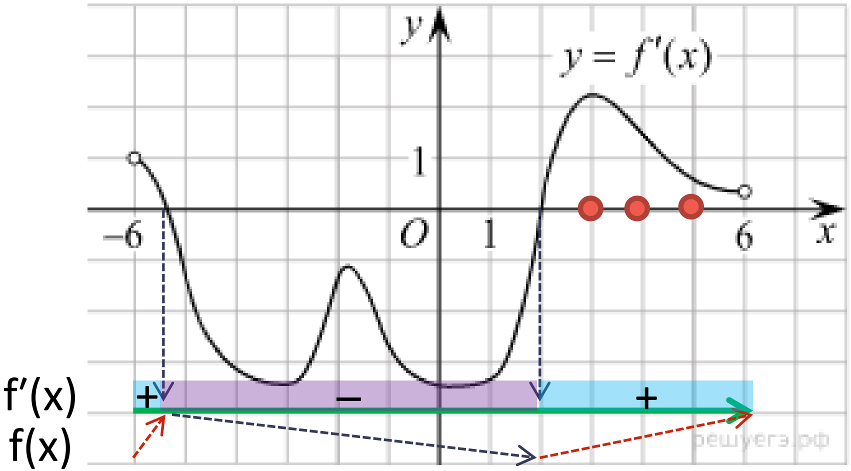
1) Если f′(x)>0, то f(x) – возрастает.

2) Отметим на прямой (дублёр оси ОХ) знаки f′(x).

3) Определим промежутки возрастания f(x).

4) Отметим точки, в промежутках возрастания, с целочисленными координатами: x=3, x=4 и x=5.

5) Найдём сумму : 3 + 4 + 5 = 12.



Ответ: 12

№6 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале (−6; 8). Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.

	(a;b)	b	(b;c)	c	(c;d)
производная	+	0	-	0	+
функция					
		max		min	

Решение:

1) Если f(x) – возрастает, то f′(x)>0.

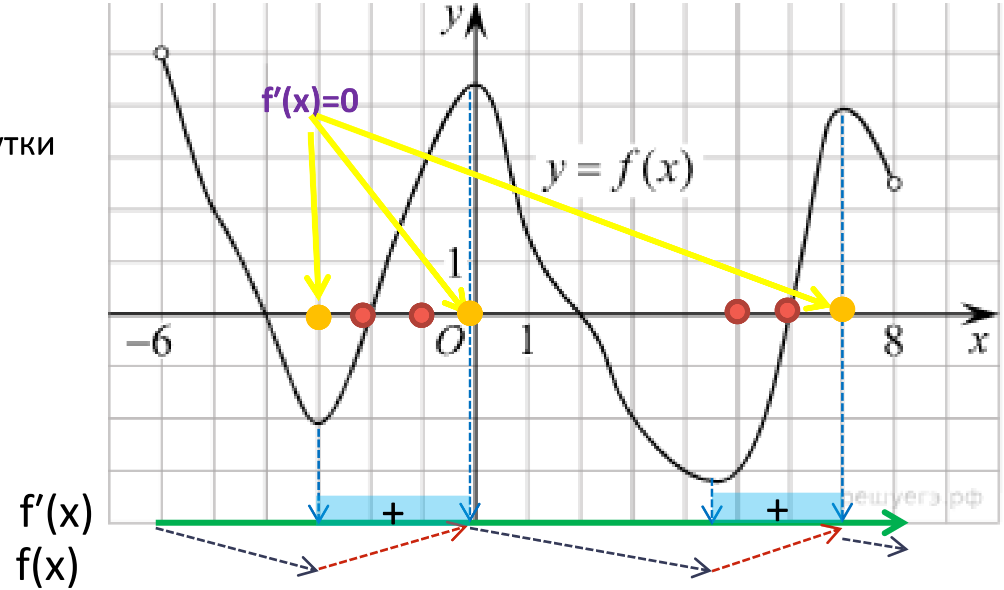
2) Отметим на прямой (дублёр оси OX) промежутки возрастания f(x) и знаки f′(x).

3) Определим промежутки возрастания f(x).

4) Отметим точки, в промежутках возрастания, с целочисленными координатами.

5) Заметим, что при x = -3, x = 0 и x = 7 f′(x) = 0

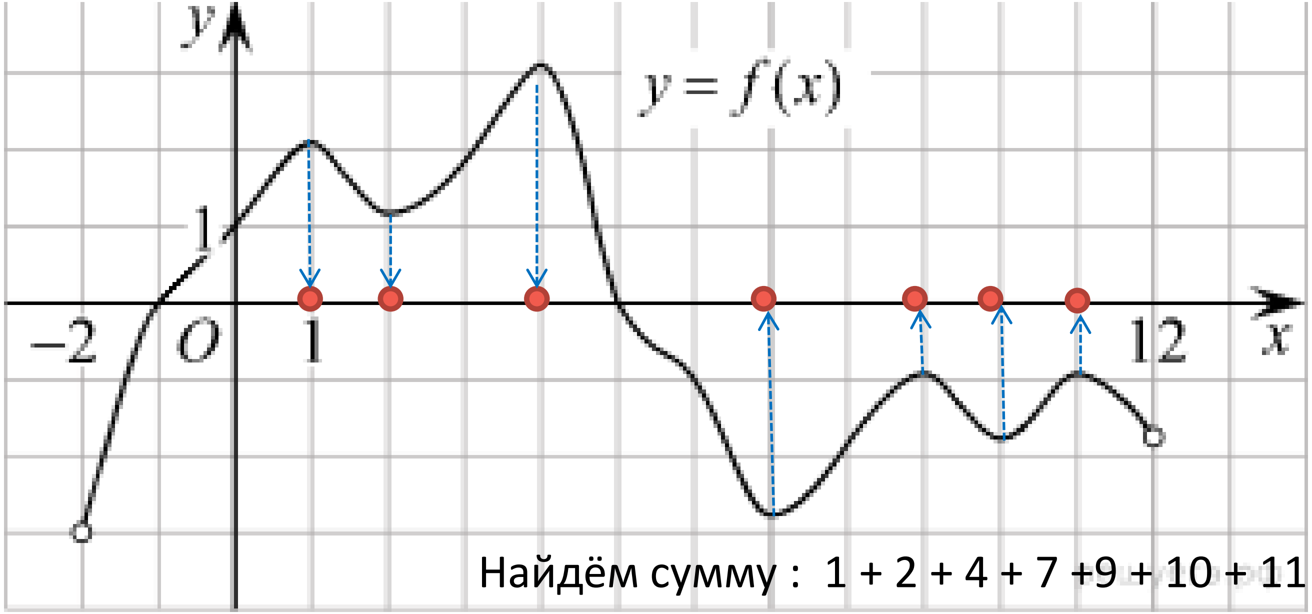
6) Найдём сумму : -2 + (-1) + 5 + 6 = 8.



Ответ: 8

№7 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.

Точки экстремума	
max	min
$f(x)$ меняет монотонность	



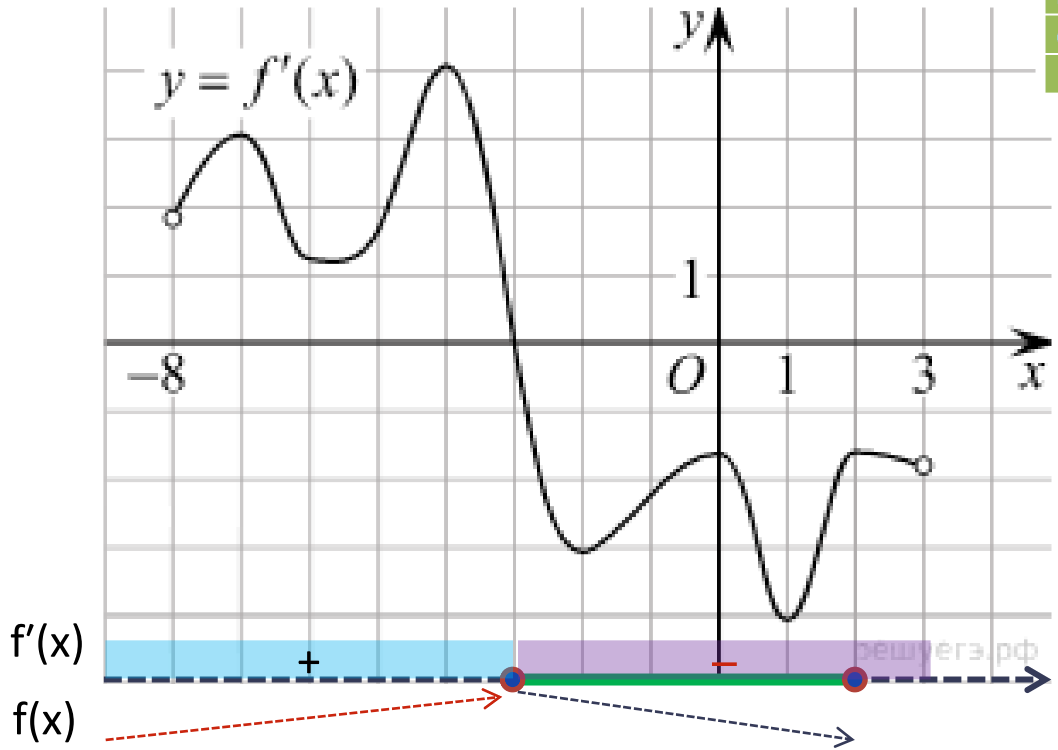
Найдём сумму : 1 + 2 + 4 + 7 +9 + 10 + 11 = 44.

Ответ: 44

учитель будущего

№8 На рисунке изображён график y=f'(x) — производной функции f(x), определенной на интервале (−8; 3). В какой точке отрезка [−3; 2] функция f(x) принимает наибольшее значение?

	(a;b)	b	(b;c)	c	(c;d)
производная	+	0	-	0	+
функция					
		max		min	



Решение:

1) заметим, что на [-3;2] $f'(x)<0$, значит $f(x)$ – убывает (монотонно).

2) на [-3;2] $f(x)$ – убывает (монотонно), следовательно $f_{наиб.} = f(-3)$.

Ответ: -3

учитель будущего

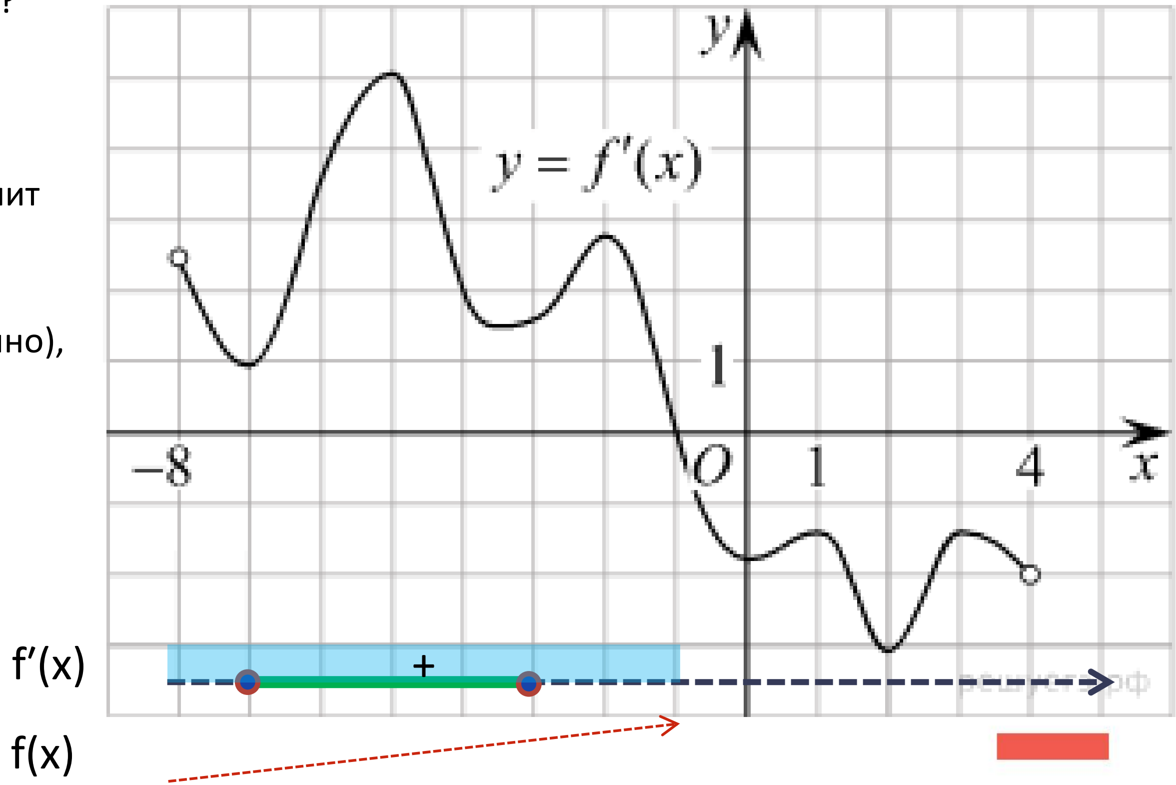
№9 На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-7; -3]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?

Решение:

1) заметим, что на [-7;-3] f′(x)>0, значит f(x) – возрастает (монотонно).

2) на [-7;-3] f(x) – возрастает (монотонно), следовательно $f_{наим.} = f(-7)$.

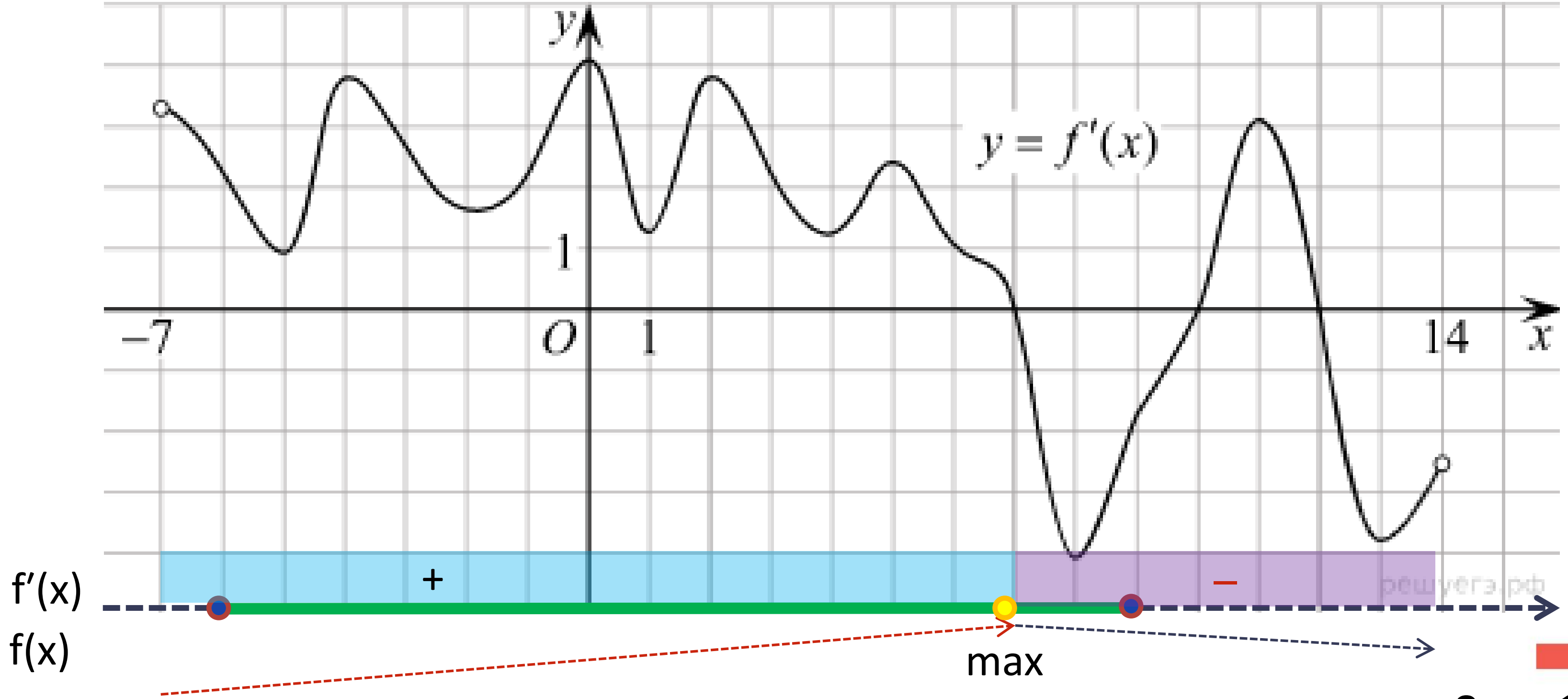
Ответ: -7



учитель будущего

№9 На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (−7; 14). Найдите количество точек максимума функции *f(x)* на отрезке [−6; 9].

Решение:



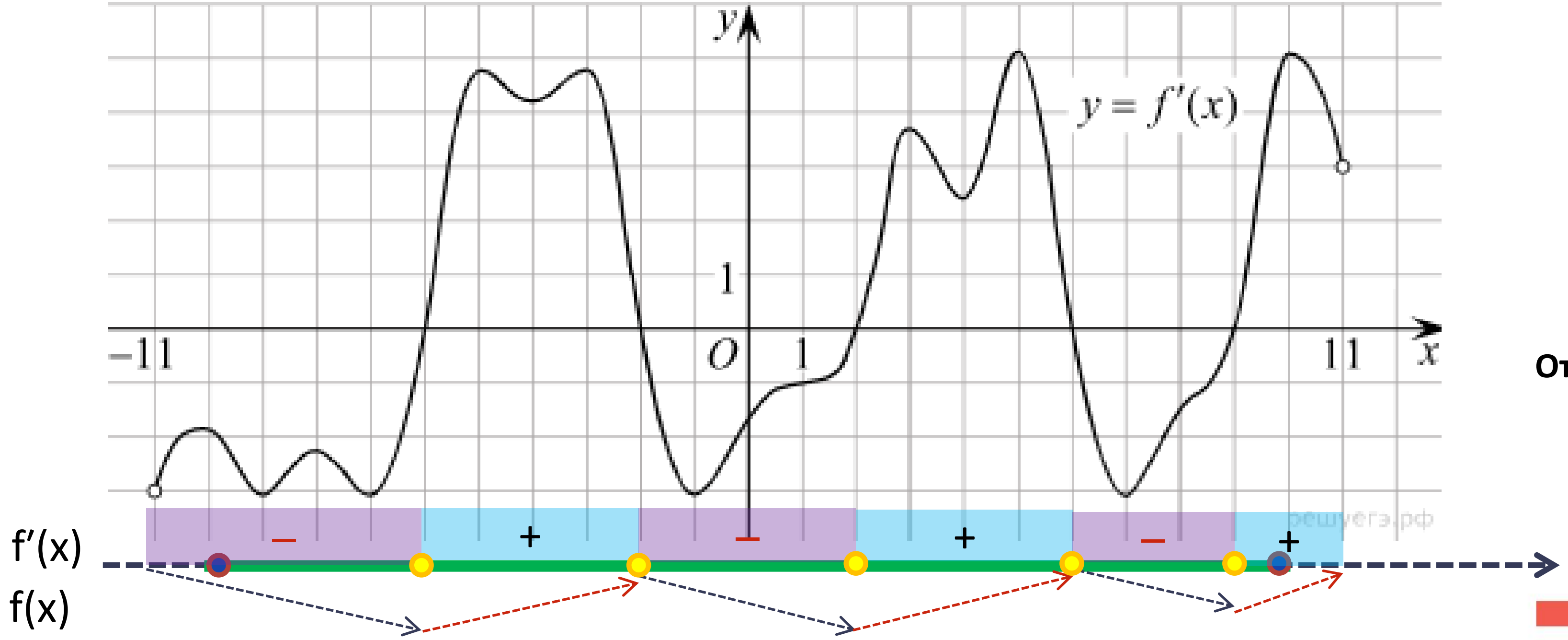
Ответ: 1

учитель будущего

№10 На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (−11; 11). Найдите количество точек экстремума функции *f(x)* на отрезке [−10; 10].

Точки экстремума	
max	min
f′(x) меняет знак	

Решение:

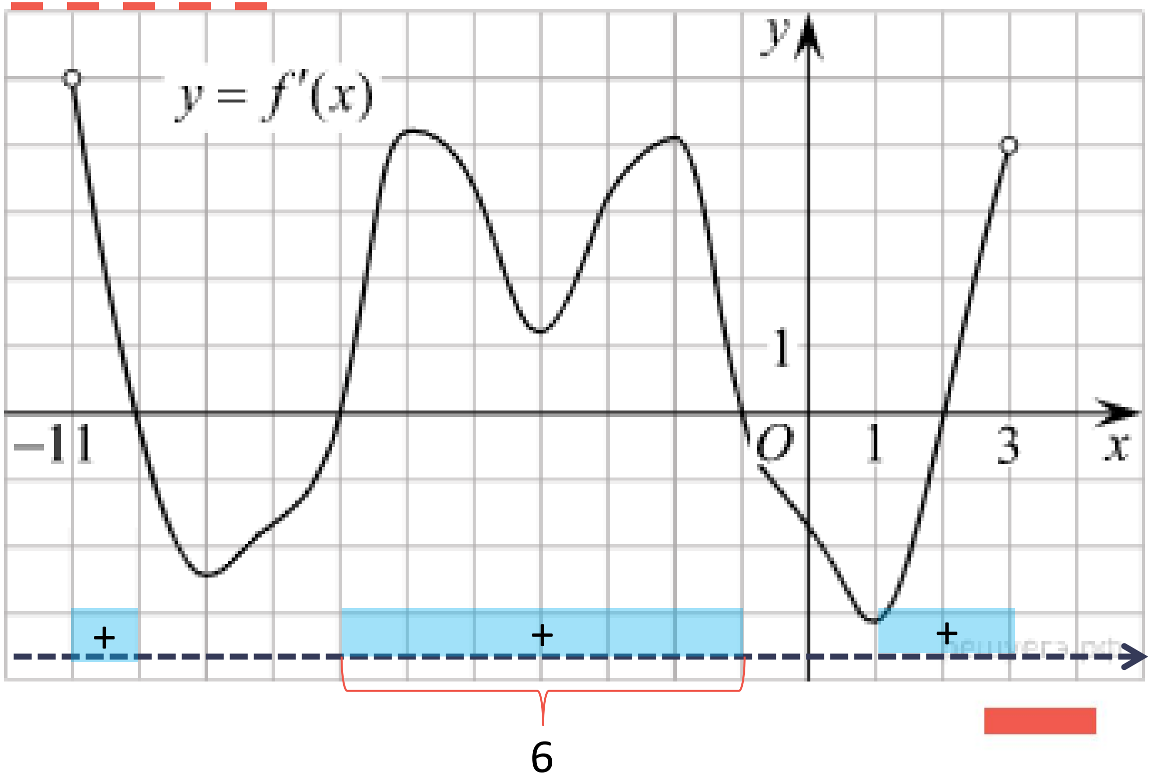


Ответ: 5

учитель будущего

№11 На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (−11; 3). Найдите промежутки возрастания функции *f(x)*. В ответе укажите длину наибольшего из них.

Решение:

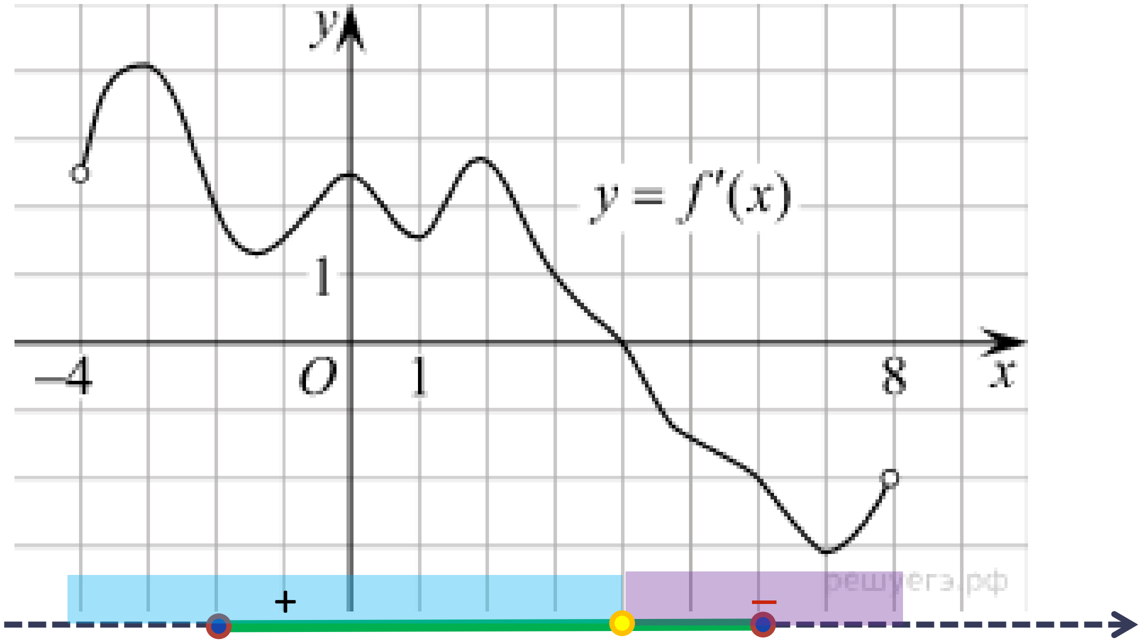


Ответ: 6

учитель будущего

№12 На рисунке изображен график производной функции *f(x)*, определенной на интервале (−4; 8). Найдите точку экстремума функции *f(x)* на отрезке [−2; 6].

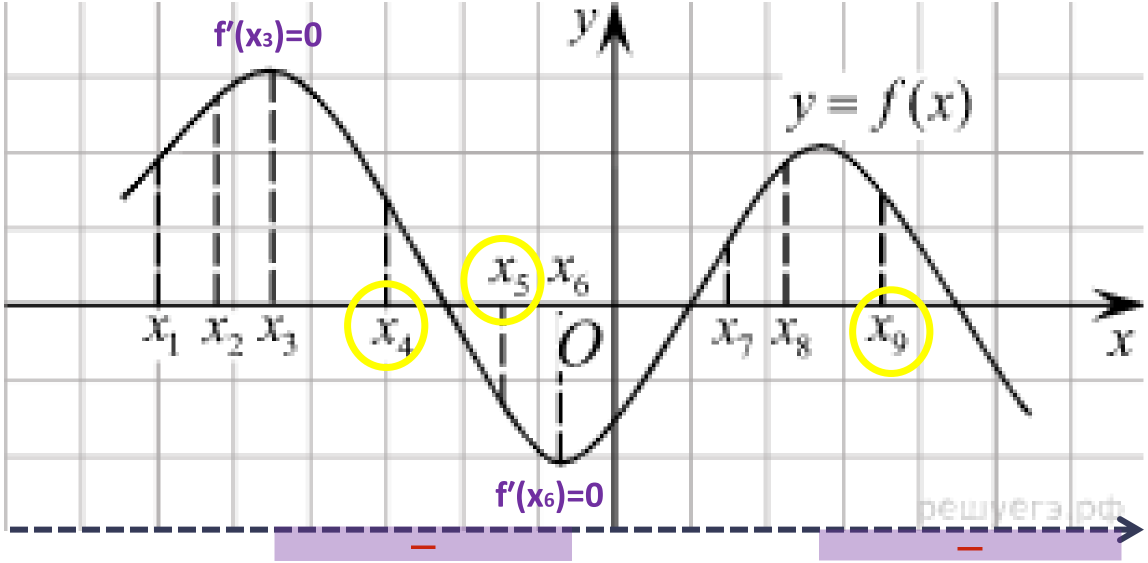
Точки экстремума	
max	min
f’(x) меняет знак	



Ответ: 4

№13 На рисунке изображён график дифференцируемой функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_9$. Среди этих точек найдите все точки, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна. В ответе укажите количество найденных точек.

Решение:

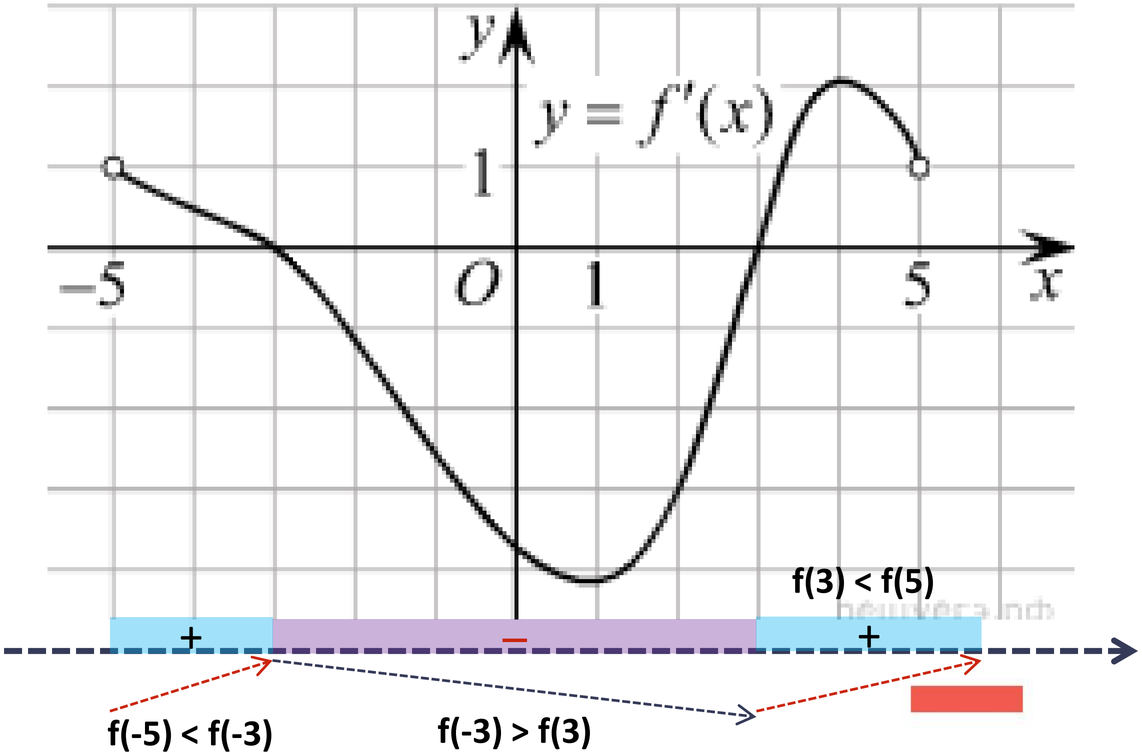


	(b;c)
производная	-
функция	

Ответ: 3

№14 Функция $y = f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[-5; 5]$. На рисунке изображён график её производной. Найдите точку x_0, в которой функция принимает наименьшее значение, если $f(-5) \geq f(5)$.

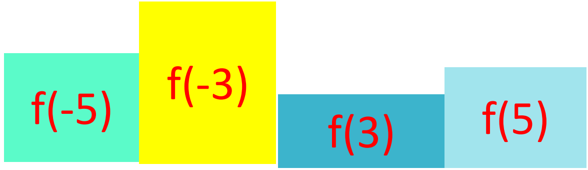
Решение:



Ответ: 3

По условию f(-5) ≥ f(5)

f(-3) > f(3)



f(-5) < f(-3)

f(3) < f(5)

№13 На рисунке изображен график функции и отмечены точки −2, −1, 1, 2. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.

Решение:

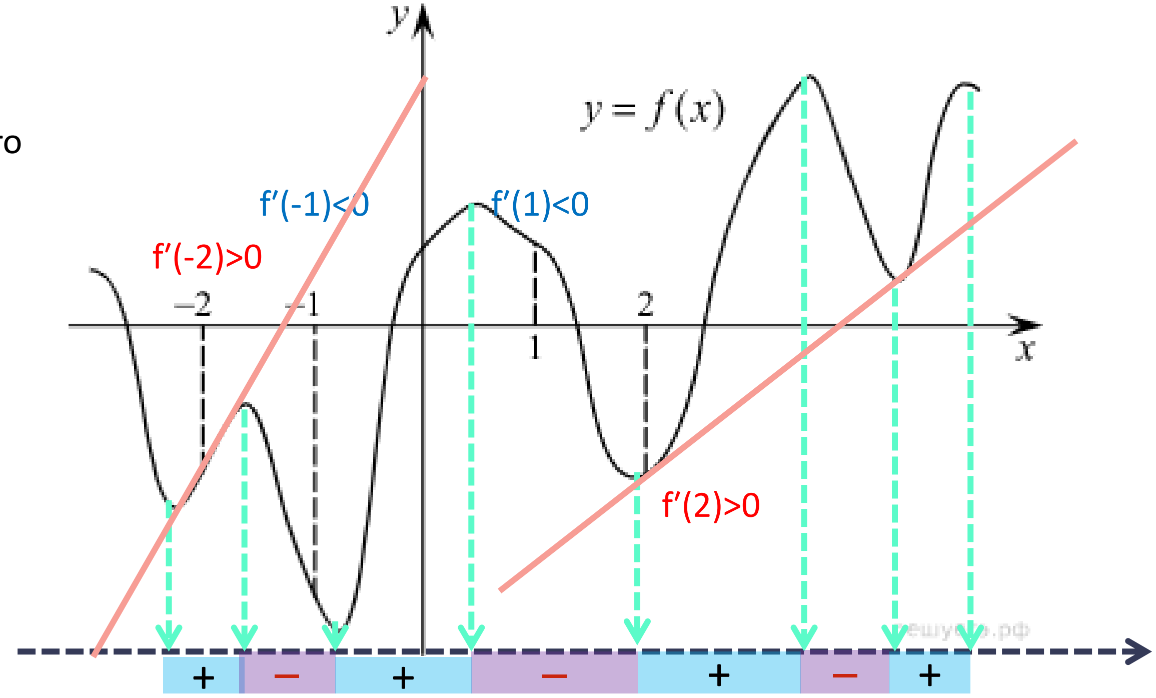
Сравним f(-2) и f(2), воспользуясь тем, что

$$f'(x_0) = tg\propto = \frac{\Delta y}{\Delta x} = k_{кас}$$

Поскольку касательная, проходящая через точку с абсциссой x= -2 «круче», то и у нее

$k_{кас} = f'(-2) > f'(2)$

Ответ: -2



СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ!

учитель будущего