



«СВОЙСТВА ЧИСЕЛ. РЕШЕНИЕ КОНКРЕТНЫХ ЗАДАЧ ВПР»

Струлёва Инна
Александровна, учитель
математики МОУ «Гимназия
№9» г.о. Электросталь
Московской области



ВПР 8

учитель будущего



Назначение ВПР по математике — оценить уровень общеобразовательной подготовки обучающихся 8 класса.

Всего заданий — 19.

Максимальный балл за работу — 25 баллов.

Общее время выполнения работы — 90 мин.

В соответствии с планируемыми метапредметными результатами выделены следующие универсальные учебные действия:

19	Развитие умений точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства	<i>Решать простые и сложные задачи разных типов, а также задачи повышенной трудности</i>	В	2	10
----	---	--	---	---	----

Задание 19 является заданием высокого уровня сложности и направлено на проверку логического мышления, умения проводить математические рассуждения.

- (19) Сумма ста натуральных чисел равна 5000. Все эти числа разбили на три группы, причём во всех группах разное количество чисел. Известно, что:
- в первой группе 29 чисел, их среднее арифметическое равно 21;
 - среднее арифметическое чисел второй группы равно 50;
 - среднее арифметическое чисел третьей группы – целое число.
- Найдите количество чисел в третьей группе.

Решение.

Среднее арифметическое всех чисел равно 50. Во второй группе среднее тоже 50. Это значит, что среднее арифметическое совокупности чисел первой и третьей групп также 50. Пусть в третьей группе n чисел, а их среднее арифметическое равно целому числу m . Получаем равенство

$$\frac{21 \cdot 29 + mn}{n + 29} = 50, \text{ откуда } n(m - 50) = 29^2.$$

Число n является натуральным делителем числа 29^2 . Возможно три варианта: $n = 1$, $n = 29$ и $n = 29^2$.

Случай $n = 29$ невозможен, так как по условию в первой и третьей группах чисел не поровну. Случай $n = 29^2$ невозможен, так как $n < 100$. Следовательно, $n = 1$

ЧТО ПОВТОРИТЬ?

учитель будущего

Общие категории чисел

1. Натуральные числа N . Это числа $1, 2, 3, 4, \dots$.
2. Целые числа Z . Это числа $0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$. То есть это натуральные числа, их противоположные числа и ноль.
3. Рациональные числа Q . Это числа, которые можно представить в виде дроби $\frac{m}{n}$, где m - целое число, n - натуральное. Например, $3, \frac{2}{3}, -\frac{5}{2}$.
4. Действительные числа R . Например, $3, \sqrt{6}, 0, -\sqrt{2}, \frac{3}{4}$.
5. Иррациональные числа. Действительные числа, которые не являются рациональными. Например, $\sqrt{5}$.
6. Комплексные числа C . Могут быть записаны в виде $a + i \cdot b$, где i - мнимая единица и $i^2 = -1$. Любое действительное число является комплексным.
7. Положительные числа. Числа, которые больше нуля. Например, $4, \sqrt{5}, 213$. Но не 0 и не -5 .
8. Неотрицательные числа. Числа, которые не меньше нуля. Например, $6, 0, \frac{3}{2}$. Но не -3 .
9. Отрицательные числа. Числа, которые меньше нуля. Например, $-4, -\sqrt{5}$. Но не 0 и не 5 .
10. Неположительные числа. Числа, которые не больше нуля. Например, $0, -\sqrt{3}$. Но не 6 , не $\sqrt{7}$.



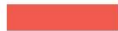
ЧТО ПОВТОРИТЬ?

учитель будущего



Виды натуральных чисел

1. Четные числа. Натуральные числа, которые делятся на 2. Например, 2, 4, 6, 8, ...
2. Нечетные числа. Натуральные числа, которые не являются четными. Например, 1, 3, 5, 7, ...
3. Простые числа P . Натуральные числа, которые имеют ровно два различных делителя. Первые простые числа: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, (еще простые числа). Число 1 не является простым. Простых чисел бесконечно много.
4. Составные числа. Натуральные числа, большие единицы, которые не являются простыми числами. Первые составные числа: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26.



ЧТО ПОВТОРИТЬ?

учитель будущего

Признаки делимости

1. На 2: последняя цифра числа четная. Например, 2098 делится на 2, так как 8 делится на 2. Число 1993 не делится на 2, так как 3 не делится на 2.
2. На 3: сумма цифр числа делится на 3. Например, 123 делится на 3, так как $1+2+3=6$ и 6 делится на 3. Число 451 не делится на 3, так как $4+5+1=10$ и 10 не делится на 3.
3. На 4: две последние цифры числа нули или образуют число, делящееся на 4. Например, 123416 делится на 4, так как 16 делится на 4.
4. На 5: последняя цифра числа 0 или 5.
5. На 6: число должно делиться на 3 и на 2, а это можно проверить с помощью признаков делимости на 2 и на 3. Например, 11142 делится на 6, так как $1+1+1+4+2=9$ и последняя цифра, равная 2, четная.
6. На 8: три последние цифры числа нули или образуют число, делящееся на 8. Например, 12345112 делится на 8, так как 112 делится на 8.
7. На 9: сумма цифр числа делится на 9. Например, 5517 делится на 9, так как $5+5+1+7=18$ и 18 делится на 9.
8. На 11: сумма цифр, стоящих на четных местах, отличается от суммы цифр, стоящих на нечетных местах, на число, которое делится на 11. Например, 72457 делится на 11, так как $2+5=7$, $7+4+7=18$ и разность $18-7=11$ делится на 11. Число 284857 не делится на 11, так как $8+8+7=23$, $2+4+5=11$ и разность $23-11=12$ не делится на 11.
9. На 25: число оканчивается на 00, 25, 50 или 75.

Входной контроль

Вариант 1

1. Сумма ста разных натуральных чисел равна 5051. Найдите эти числа.
2. Сумма трех различных натуральных чисел равна 875. Найдите эти числа, зная, что два из них получаются зачеркиванием у третьего одной цифры.
3. Петя выписал на доску пять натуральных (не обязательно различных) чисел и вычислил всевозможные попарные суммы этих чисел. Получилось всего три различных значения: 97, 80 и 63. Чему равно наибольшее из написанных на доске чисел? Запишите решение и ответ.

Вариант 2

1. Сумма шести разных натуральных чисел равна 22. Найдите эти числа.
2. Сумма четырёх различных натуральных чисел равна 351. Найдите эти числа, зная, что три из них получены из четвёртого зачёркиванием у него одной цифры.
3. Паша выписал на доску пять натуральных (не обязательно различных) чисел и вычислил всевозможные попарные суммы этих чисел. Получилось всего три различных значения: 63, 56 и 49. Чему равно наибольшее из написанных на доске чисел?

Набор заданий для ликвидации пробелов по теме: «Свойства чисел» в 8-9 кл.

№1. Сумма 100 чисел равна 1000. Наибольшее из этих чисел увеличили вдвое, какое-то другое число уменьшили на 10. После этих действий сумма всех чисел не изменилась. Найдите наименьшее из исходных чисел.

№2. Сумма шести различных натуральных чисел равна 22. Найдите эти числа.

№3. Маша задумала трёхзначное число. Сумма цифр этого числа равна 7, а сумма квадратов цифр равна 27. Если из задуманного числа вычесть 396, то получится число, записанное теми же цифрами, что и задуманное, но в обратном порядке. Какое число задумала Маша?

№4. На складе находятся музыкальные центры двух типов. Музыкальный центр первого типа весит 12 кг, второго типа — 15 кг. Музыкальный центр первого типа стоит 8000 рублей, музыкальный центр второго типа — 12000 рублей. Общий вес музыкальных центров равен 321 кг. Найдите минимальную и максимальную возможные суммарные стоимости находящихся на складе музыкальных центров.

№5. На шахматном турнире каждый из участников должен был сыграть ровно одну партию с каждым из прочих, но два участника выбыли из турнира, сыграв только по 3 партии. Поэтому число партий, сыгранных в турнире, оказалось равным 110. Сколько всего было участников турнира?

№6. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11. Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 8, 10, 15, 16, 17, 18, 23, 24, 25, 26, 31, 33, 34, 41.

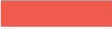
№7. На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -5 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -18 . Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

№8. Петя выписал на доску пять натуральных (не обязательно различных) чисел и вычислил всевозможные попарные суммы этих чисел. Получилось всего три различных значения 57, 70, 83. Чему равно наибольшее из написанных на доске чисел?

№9. У Лены три набора, в каждом из которых одинаковое количество ручек (больше 1). У Юли несколько (больше 1) наборов ручек, по 5 штук в каждом. Можно ли разложить все ручки Юли и Лены в k наборов по k ручек в каждом ($k \geq 3$)?

№10. У Алисы в копилке лежат монеты по 2 рубля и по 5 рублей. Если все двухрублевые монеты, которые лежат в копилке, сложить в стопки по 11 монет, то получится три полных стопки, а четвёртая неполная. Если же сложить пятирублёвые монеты в стопки по 3 монеты, то получится четыре полных стопки, а пятая неполная. Сколько всего рублей у Алисы в копилке, если двухрублёвые монеты составляют такую же сумму (в рублях), что и пятирублёвые?

№11. Паша выписал на доску пять натуральных (не обязательно различных) чисел и вычислил всевозможные попарные суммы этих чисел. Получилось всего три различных значения: 63, 56 и 49. Чему равно наибольшее из написанных на доске чисел?



№12. На доске написано 100 различных натуральных чисел с суммой 5120.

а) Может ли быть записано число 230?

б) Можно ли обойтись без числа 14?

в) Какое наименьшее количество чисел, кратных 14, может быть на доске?

№13. Красный карандаш стоит 17 рублей, синий — 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять. Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?

№14. Сумма ста натуральных чисел равна 4400. Все эти числа разбили на три группы, причём во всех группах разное количество чисел. Известно, что:

– в первой группе 23 чисел, их среднее арифметическое равно 21;

– среднее арифметическое чисел второй группы равно 44;

– среднее арифметическое чисел третьей группы – целое число.

Найдите количество чисел в третьей группе.

№15. На шахматном турнире каждый из участников должен был сыграть ровно одну партию с каждым из прочих, но два участника выбыли из турнира, сыграв только по 4 партии. Поэтому число партий, сыгранных в турнире, оказалось равным 62. Сколько всего было участников турнира?

№4. На складе находятся музыкальные центры двух типов. Музыкальный центр первого типа весит 12 кг, второго типа — 15 кг. Музыкальный центр первого типа стоит 8000 рублей, музыкальный центр второго типа — 12000 рублей. Общий вес музыкальных центров равен 321 кг. Найдите минимальную и максимальную возможные суммарные стоимости находящихся на складе музыкальных центров.

Решение

Пусть k количество музыкальных центров с массой 12 кг, а l — с массой 15 кг. Составим уравнение $12k + 15l = 321 \Leftrightarrow 4k + 5l = 107$. Заметим, что k это числа, дающие остаток 2 при делении на 5, а l это числа, дающие остаток 3 при делении на 4.

Поскольку цена второго музыкального центра больше цены первого $800 > \frac{2000}{3}$, максимальная стоимость будет при максимальном количестве центров второго типа, а минимальная стоимость — при максимальном количестве центров первого типа. Выбирая значение l , понимаем, что $l < 23$. Тогда наибольшее число из данного промежутка — 19. Поэтому $l = 19$, а $k = 3$. Суммарная стоимость равна

$$3 \cdot 8000 + 19 \cdot 12000 = 252000 \text{ руб.}$$

Выбирая значение k , понимаем, что $k < 28$. Тогда наибольшее число из данного промежутка — 23. Поэтому $k = 23$, а $l = 3$. Суммарная стоимость равна

$$23 \cdot 8000 + 3 \cdot 12000 = 220000 \text{ руб.}$$


Ответ: 220000 руб и 252000 руб.

Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n , выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n , а остальные числа, равные n , стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11. Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 9, 10, 11, 19, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 33, 41, 42, 43, 52.

Решение.

Число 9 — наименьшее число в наборе — является наименьшим из задуманных чисел, а наибольшее число в наборе — это сумма всех задуманных чисел. Поэтому количество задуманных чисел не превосходит целой части, то есть 5. Кроме того, числа 10 и 11 меньше, чем сумма двух чисел 9, поэтому они также являются задуманными. Значит, сумма оставшихся задуманных чисел равна $52 - 9 - 10 - 11 = 22$. Таким образом, так как наименьшее задуманное число равно 9, оставшиеся задуманные числа — это 11 и 11 или 22. Для задуманных чисел 9, 10, 11, 11, 11 и 9, 10, 11, 22 на доске будет записан набор, данный в условии.

Ответ: 9, 10, 11, 11, 11 или 9, 10, 11, 22.



№7. На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -5 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -18 . Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

Решение.

Пусть среди написанных чисел k положительных, l отрицательных и m нулей. Сумма набора чисел равна количеству чисел в этом наборе, умноженному на его среднее арифметическое, поэтому

$$9k - 18l + 0 \cdot m = -5(k + l + m).$$

Приведём равенство $9k - 18l = -5(k + l + m)$ к виду

$$13l = 14k + 5m.$$

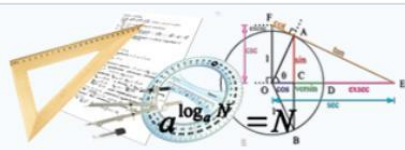
Так как $m \geq 0$, получаем, что $13l \geq 14k$, откуда $l > k$. Следовательно, отрицательных чисел больше, чем положительных.

учитель будущего

СДАМ ГИА: РЕШУ ВПР

Образовательный портал для подготовки к экзаменам

Математика для 8 класса



<https://math8-vpr.sdangia.ru/>

vpr-ege.ru

ЯКласс

ВПР

Предметы / Всероссийские проверочные работы / Математика / Версия 2021 года

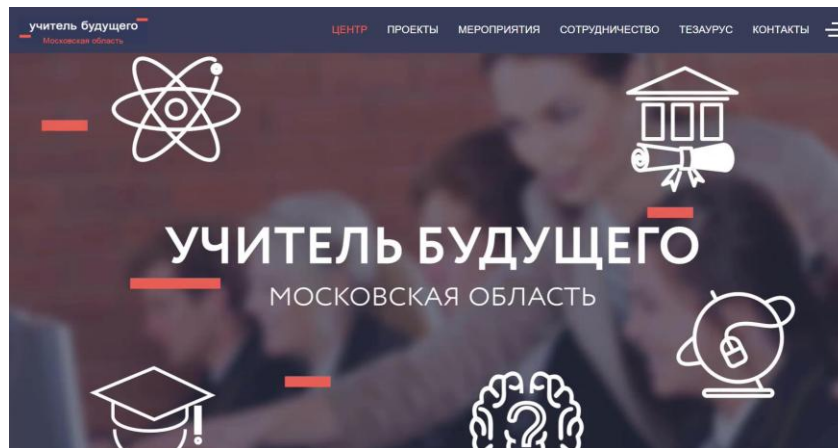
Математика. Подготовка к ВПР. 8 класс



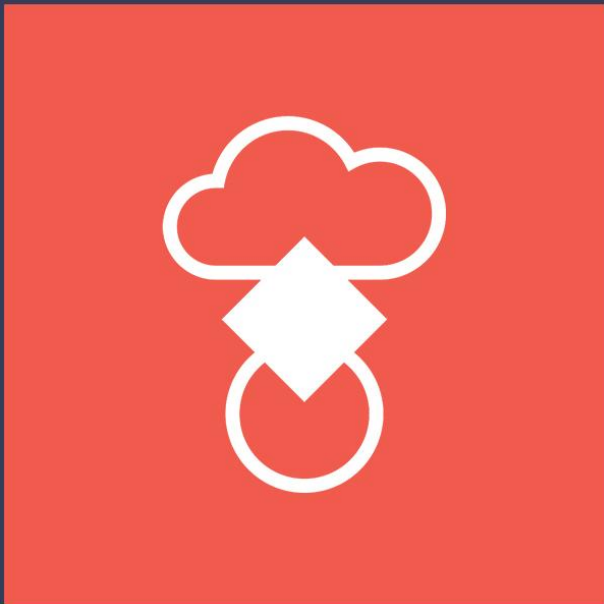
ВСЕРОССИЙСКИЕ
ПРОВЕРОЧНЫЕ
РАБОТЫ

<https://vprotl.com/>

учитель будущего



<https://cppm.asou-mo.ru/index.php/component/sppagebuilder/?view=pag&id=278>



СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ!

учитель будущего

