

*Набор заданий для ликвидации пробелов по теме:  
«Свойства чисел» в 6-7 классе*

1. Запишите число в виде суммы разрядных единиц:  
а) 45; б) 238; в)  $\overline{abcdmn}$ .
2. Найдите наименьшее натуральное число вида  $\overline{123a43b}$ , которое делится нацело на 6.
3. Найдите наибольшее натуральное число вида  $\overline{123a43b}$ , которое делится нацело на 12.
4. Найдите все пятизначные числа вида  $\overline{34a5b}$ , каждое из которых делится на 12.
5. Найдите все пятизначные числа вида  $\overline{14a8b}$ , каждое из которых делится на 18.
6. Ира загадала четырёхзначное число. Из загаданного числа она вычла сумму его цифр, у полученной разности зачеркнула одну цифру и получила число 446. Какую цифру зачеркнула Ира?
7. На доске написано число 2010. За ход разрешается или стереть любые две цифры в числе и дописать к получившемуся числу справа число 22 или 36, или умножить получившееся число на 6. Можно ли таким образом получить число 2011? Запишите решение и ответ.
8. Вася написал на доске пример на умножение двух двузначных чисел, а затем заменил в нем все цифры на буквы, причём одинаковые цифры — на одинаковые буквы, а разные — на разные. В итоге у него получилось  $AB \cdot BG = DDEE$ . Докажите, что он где-то ошибся.
9. Сколько имеется четырёхзначных чисел, которые делятся на 45, а две средние цифры у них 97?
10. Найти наименьшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого встречаются все 10 цифр.
11. На доске написано число. Олег играет в арифметическую игру: он может либо стереть последнюю цифру написанного числа, либо прибавить к написанному числу число 2018 и записать полученный результат, стерев предыдущее число. Может ли Олег, действуя таким образом, в конце концов получить число 1? Если да, покажите как; если нет, объясните почему.
12. На доске написано число. Ребёнок играет в арифметическую игру: он может либо стереть последнюю цифру написанного числа, либо прибавить к написанному числу число 2014 и записать полученный результат, стерев предыдущее число. Может ли ребёнок, действуя таким образом, в конце концов, получить число 3? Какое наименьшее пятизначное число может получиться, если на доске записано число 51? (В ответ запиши да или нет.) Запишите наименьшее получившееся число.
13. На доске написано число. Ребёнок играет в арифметическую игру: он может либо стереть последнюю цифру написанного числа, либо прибавить к написанному числу число 2019 и записать полученный результат, стерев предыдущее число. Может ли ребёнок, действуя таким образом, в конце концов, получить число 3? Какое наименьшее пятизначное число может получиться, если на доске записано число 54?
14. За один ход число, написанное на доске, разрешается либо заменить на удвоенное, либо стереть у него последнюю цифру. Вначале на доске написано число 456. Можно ли из него получить число 14?

15. В погребе хранилось несколько головок сыра. Ночью пришли мышки и съели 6 головок сыра, причём все съели поровну. Следующей ночью пришли не все мышки, а только 13, и доели оставшийся сыр, но каждая мышка съела в три раза меньше сыра, чем накануне. Сколько головок сыра хранилось в погребе?  
Запишите решение и ответ.

Ответы:

1. а)  $45=40+5$ ; б)  $238=200+30+8$ ;  
в)  $\overline{abcdmn} = a \cdot 1000000 + b \cdot 100000 + c \cdot 1000 + d \cdot 100 + m \cdot 10 + n$ .
2. 1230432.
3. 1232436.
4. 34056, 34356.
5. 14580, 14382, 14184, 14886, 14788,
6. 4.
7. Нет. (Заметим, что последним действием не может быть умножение на 6, поскольку 2011 на 6 не делится. При этом дописывая 22 или 36 к числу 2010 нельзя получить число 2011, так как оно оканчивается на 11).
8. Число слева не делится на 11, а справа — делится (при делении получается число Д0Е).
9. Два: 2970 и 6975.
10. 1023457896.
11. Можно. Сначала стираем все цифры, кроме первой. Первая цифра может быть любой, от 1 до 9. Обозначим его а. После этого прибавляем 5 раз по 2018 и получаем  $10090 + a$ . Теперь опять стираем 4 последние цифры и получаем 1.

2 способ:

Пусть первая цифра в задуманном числе 1xxxxx - в этом случае, мы будем просто все время стирать одну последнюю цифру, пока в итоге не останется цифра 1. Пусть первая цифра не 1, а любая другая (2xxxx, 3xxxx, 4xxxx и т.д.). Мы можем, последовательно стирая по одной цифре сзади числа в конце концов получить: 2, 3, 4 и т.д. одну цифру.

Теперь надо к этой цифре прибавить 5 раз подряд число 2018, то есть в общем мы прибавим число 10090. Очевидно, что какую цифру далее мы бы не прибавили 2, 3, 4, 5 и т.д. число все равно будет начинаться с 1. А далее мы просто повторим пункт 1. То есть будем стирать последнюю цифру, пока не получим 1. Что и требовалось доказать.

12. Да.  $51+2014 \cdot 5=10121$
13. Да. (К 54 он может прибавить 2019 18 раз и получится 36396. Потом он может стереть 4 цифры справа и получить 3.  $54+2019 \cdot 5 = 10149$ .)
14. Можно: 456, 45, 90, 9, 18, 36, 72, 7, 14.
15. 7 головок. (Пусть в первую ночь мышей было  $x$ . Каждая съела  $\frac{6}{x}$  головок сыра.

Во вторую ночь мышей было 13, а головок сыра осталось  $y$ . Каждая мышь съела  $\frac{y}{13}$  головок сыра. По условию,  $3 \cdot \frac{y}{13} = \frac{6}{x}$ . Значит,  $x \cdot y = 26$ . Поскольку  $x$  и  $y$  — натуральные числа, причём  $x > 13$ , то  $x = 26$ , а  $y = 1$ . Сначала в погребе было 7 головок сыра.)