



Методика решения заданий, содержащих модуль.

учитель будущего

Кузнецова С.В.
заместитель директор, учитель математики
МБОУ «Гимназия № 2 «Квантор».



Введение понятия «модуль числа»

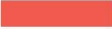
Чтобы сложить два числа с одинаковыми знаками, надо сложить их модули и поставить общий знак.

$$-M+(-m)=-(M+m)$$

$$M+m=+(M+m)$$

Чтобы сложить два числа с разными знаками, надо вычесть их модули и поставить знак того числа, модуль которого больше.

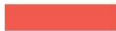
$$-M+m=-(M-m)$$

$$M+(-m)=+(M-m)$$


Введение понятия «модуль числа»

Понятие модуля вводится обычно при помощи числовой прямой

Полезная задача: «Из пункта О в противоположных направлениях выехали два автомобиля и через некоторое время первый автомобиль был в точке А(-20), а второй в точке - В(15). Который из автомобилей проехал большее расстояние?»



Введение понятия «модуль числа»

Полезная задача: «Из пункта O в противоположных направлениях выехали два автомобиля и через некоторое время первый автомобиль был в точке $A(-20)$, а второй в точке $B(15)$. Какой из автомобилей проехал большее расстояние?»



Чтобы ответить на этот вопрос дети должны сравнить расстояния OA и OB . Несомненно, что расстояние OA больше OB , так как $OA=20$ и $OB=15$. Из этого можно сделать вывод, что мы сравнивали **числа «без знака»**.

Введение понятия «модуль числа»

«Число без знака» - подобное восприятие модуля имеет место быть при выполнении действий с отрицательными числами, однако оно «мешает» решению уравнений и неравенств, содержащих модуль.

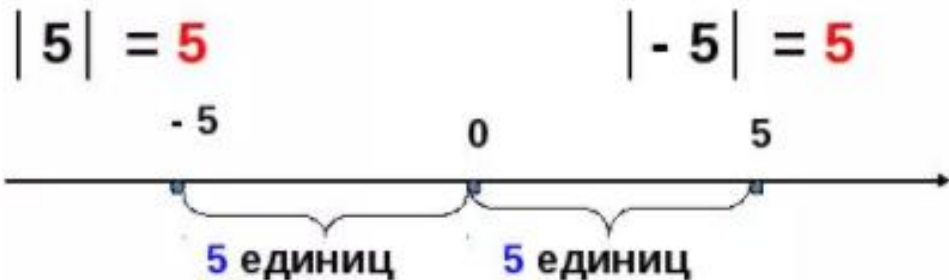


Определение модуля: модулем числа называют расстояние от начала отсчёта до точки, обозначающей данное число.

Введение понятия «модуль числа»

Из определения будут следовать **свойства модуля**

1. Так как **противоположные числа** находятся **на одинаковом расстоянии** от начала отсчёта, то их модули будут равны.



$$|a| = |-a|$$

$$|+2| = |-2| = +2$$

$$|+12| = |-12| = +12$$

Введение понятия «модуль числа»

Из определения будут следовать **свойства модуля**

2. **Модуль числа 0** считается **равным 0**: это число находится на **«нулевом расстоянии»** от самого себя.

$$|0|=0$$

Введение понятия «модуль числа»

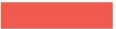
Из определения будут следовать **свойства модуля**

3. Как и любое **расстояние** между двумя точками, **модуль не может быть отрицательным.**

$$|a| \geq 0$$

Введение понятия «модуль числа»

Модуль неотрицательного числа есть само это число, а модуль отрицательного числа есть число ему противоположное.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0 \\ -a, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$


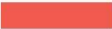
Задания ВПР и РДР

- 1) $|-4|+|1-3x|$ при $x=2,4$
- 2) $|x+1|-|-3|$ при $x=1,1$
- 3) $|2x-2|+|x|$ при $x=1,3$
- 4) $|3-4x|+|-y|$ при $x=-2,1$ и $y=-0,4$
- 5) $|-x|-|1,4-5x|$ при $x=0,3$

1. Понимать, что значит **находить значение выражения** при данных значениях переменной.
2. Понимать **порядок действий** в данных примерах. **Модуль** – это видоизменённые **скобки**. Действия необходимо выполнить внутри скобок.
3. Понимать, что **нахождение модуля** – это тоже **самостоятельное действие**. Знать, как его **вычислить**.
4. Знать **правила действий с** положительными и отрицательными **числами**.

Выражения с переменными (отработка навыков)

Найти значение выражения при заданных значениях переменных:

- $2x - 3y$ при $x = 15, y = 7$
 - $(a + 16) : 5$ при $a = 74$
 - $(x + y)(x - y)$ при $x = 6, y = 5$
- 

Отработка вычислений на примерах, содержащих модуль

$$1) |3 - 5|$$

$$2) |12| + |-6|$$

$$3) |-4| - |-5| - |8|$$

$$4) |-10| - |-37|$$

$$5) \frac{|-24|}{|-3|} + \frac{|18|}{|-3|}$$

$$6) \frac{|-6| \cdot |-12| + 2 \cdot (-8)}{2}$$

$$7) \frac{28,7}{|-7|} - 90 : |5| \cdot |-3|$$

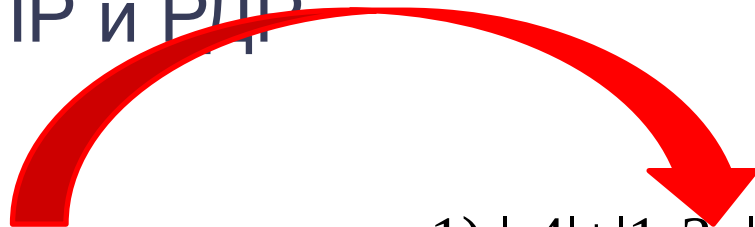
$$8) |-3,6| - 2,8 : |-2| + |4,4 - 2,3|$$

$$9) \frac{7,2}{|-2,4|} + \frac{8,2}{|-16,4|}$$

$$10) \left| \frac{7}{8} - \frac{11}{3} \right| + \left| -2 - \frac{1}{2} \right|$$

$$11) \left| \frac{6}{7} - \frac{4}{21} \right| - \left| \frac{3}{14} - \frac{1}{2} \right|$$

Задания ВПР и РДР



1) $|-4|+|1-3x|$, при $x=2,4$

2) $|x+1|-|-3|$, при $x=1,1$

3) $|2x-2|+|x|$, при $x=1,3$

4) $|3-4x|+|-y|$, при $x=-2,1$ и $y=-0,4$

5) $|-x|-|1,4-5x|$, при $x=0,3$

1) $|-4|+|1-3x|=|-4|+|1-3 \cdot 2,4|=10,2$

Diagram showing the calculation of the absolute value expression $|1-3 \cdot 2,4|$ with annotations: 1 (for -4), 5 (for the plus sign), 3 (for the coefficient 3), 2 (for the variable 2,4), and 4 (for the result 7,2, which is then subtracted from 1 to get -6,2).

1) $|-4|=4$

2) $3 \cdot 2,4=7,2$

3) $1-7,2=-6,2$

4) $|-6,2|=6,2$

5) $4+6,2=10,2$

Задания ВПР и РДР

1) $|-4|+|1-3x|$, при $x=2,4$

2) $|x+1|-|-3|$, при $x=1$

3) $|2x-2|+|x|$, при $x=1,3$

4) $|3-4x|+|-y|$, при $x=-2,1$ и $y=-0,4$

5) $|-x|-|1,4-5x|$, при $x=0,3$


$$3) |2x-2|+|x| = |2 \cdot 1,3 - 2| + |1,3| = 1,9$$

The calculation for task 3 is shown with red annotations: a bracket labeled '1' is under '2', '3' is above '1,3', a bracket labeled '2' is under '1,3', '5' is above the plus sign, and '4' is above '1,3'.

1) $2 \cdot 1,3 = 2,6$

2) $2,6 - 2 = 0,6$

3) $|0,6| = 0,6$

4) $|1,3| = 1,3$

5) $0,6 + 1,3 = 1,9$

Задания ВПР и РДР

4) $|3-4x|+|-y|$, при $x=-2,1$ и $y=-0,4$

5) $|-x|-|1,4-5x|$, при $x=0,3$

4) $|3-4x|+|-y| = |3-4 \cdot (-2,1)|+| -(-0,4)| = 11,8$

Ученики дублируют знак минус $(-4) \cdot (-2,1) = 8,4$, но вместо того, чтобы складывать $3+8,4$, они вычитают $3-8,4$, что приводит к ошибке. **Выделить действие «вычитание» или вспомнить понятие алгебраической суммы**
 $a-b=a+(-b)$

1) $4 \cdot (-2,1) = -8,4$

2) $3 - (-8,4) = 3 + 8,4 = 11,4$

3) $|11,4| = 11,4$

4) $| -(-0,4)| = |0,4| = 0,4$

5) $11,4 + 0,4 = 11,8$

Задания ВПР и РДР

учитель будущего

1) $|-4| + |1-3x|$, при $x = 2,4$

«Наслоение» понятий. Ученики считают модуль «скобками», возникает желание сразу воспользоваться правилом знаков.

Подчеркнуть, что вычисление модуля – это самостоятельное действие. Аналогичные проблемы в теме «Степень числа»

$$-(-2)^2 = -4 \neq 4$$

2) $|x+1|$

Данные задания подчёркивают понимание модуля как «числа без знака», что затрудняет в дальнейшем решение уравнений и неравенств.

Расширять понятие модуля используя следующие задания...

5) $|-x| - |1,4 - 5x| = |-0,3| - |1,4 - 5 \cdot 0,3| =$
 $= 0,3 - |1,4 - 1,5| = 0,3 - |-0,1| = 0,3 - 0,1 = 0,2$

Закрепление понятия «модуль числа»

1. Прочитайте равенства, используя слова «модуль» и «расстояние». Является ли это высказывание истинным?

$$|-3|=3$$

истина

$$|4|=4$$

истина

$$|-5|=5$$

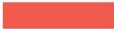
истина

$$|-6|=-6$$

ложь

$$-|-7|=-7$$

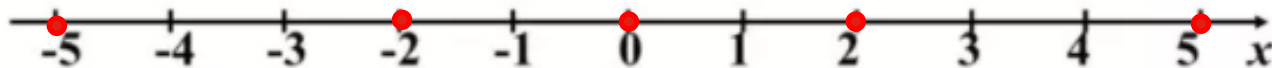
истина



Закрепление понятия «модуль числа»

2. Отметь на координатной прямой точки, модуль которых равен 2, 5, 0.

Сколько точек отмечено в каждом случае? Сделай записи.



$$|2|=2, \quad |-2|=2$$

$$|5|=5, \quad |-5|=5$$

$$|0|=0$$

Закрепление понятия «модуль числа»

3. Запиши множество чисел, модуль которых равен:

39; $\frac{5}{17}$; 4,8; $2\frac{11}{56}$; 0; -3.

$$M(39) = \{-39; 39\}$$

$$M(0) = \{0\}$$

$$M\left(\frac{5}{17}\right) = \left\{-\frac{5}{17}; \frac{5}{17}\right\}$$

$$M(-3) = \emptyset$$

$$M(4,8) = \{-4,8; 4,8\}$$

$$M\left(2\frac{11}{56}\right) = \left\{-2\frac{11}{56}; 2\frac{11}{56}\right\}$$

Закрепление понятия «модуль числа»

4. Запиши множество решений уравнения:

1) $|x| = 3$ 1) $\{-3, 3\}$

2) $5 = |y|$ 2) $\{-5, 5\}$

3) $|z| = -2$ 3) $\emptyset$

4) $-9 = |t|$ 4) $\emptyset$

5) $|-a| = 0$ 5) $\{0\}$

6) $|-b| = 1$ 6) $\{-1, 1\}$

7) $|-c| = -6$ 7) $\emptyset$

8) $|-d| = 4$ 8) $\{-4, 4\}$

Закрепление понятия «модуль числа»

учитель будущего

5. Реши уравнения:

$$1) |x| = 10 \quad 1) x=10, x=-10$$

$$2) |y| = 0 \quad 2) y=0$$

$$3) |z| = -2,5 \quad 3) \text{ нет корней}$$

$$4) -|t| = -2 \quad 4) |t|=2, \text{ значит } t=2, t=-2$$

$$5) |x-5| = 9 \quad 5) x-5=9 \text{ или } x-5=-9$$

$$x=14 \quad x=-4 \quad \text{Ответ: } -4; 14$$

$$6) |2x+3| = 7 \quad 6) 2x+3=7 \text{ или } 2x+3=-7$$

$$2x=4 \quad 2x=-10$$

$$x=2 \quad x=-5 \quad \text{Ответ: } -5; 2$$

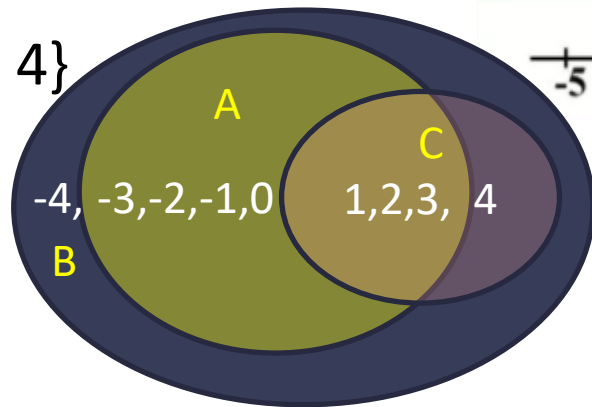
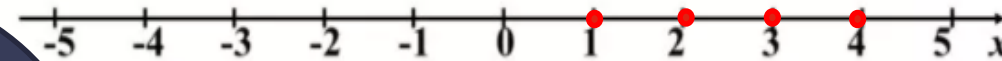
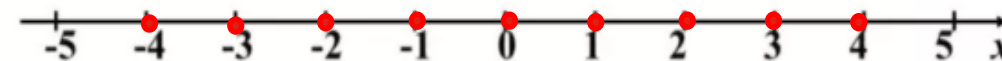
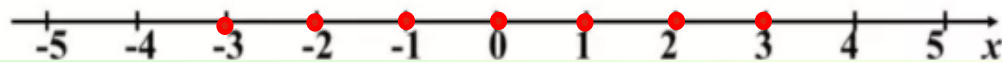
Закрепление понятия «модуль числа»

1) A – множество целых чисел, модуль которых меньше 4; B – множество целых чисел, модуль которых меньше или равен 4; C – множество натуральных чисел, модуль которых меньше или равен 4. Запиши множества A , B и C с помощью фигурных скобок и отметь их элементы на координатной прямой. Построй диаграмму Эйлера–Венна множеств A , B и C .

$$A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$B = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4\}$$



Закрепление понятия «модуль числа»

учитель будущего

Найди множество всех целых чисел, удовлетворяющих неравенству, и сделай рисунки.

а) $|x| < 3$;

д) $5 > |y|$;

и) $|z| < 1,8$;

н) $1 < |t| < 4$;

б) $|x| \leq 3$;

е) $2 \geq |y|$;

к) $|z| \leq 1,8$;

о) $1 \leq |t| < 4$;

в) $|x| > 3$;

ж) $1 < |y|$;

л) $|z| > 1,8$;

п) $1 < |t| \leq 4$;

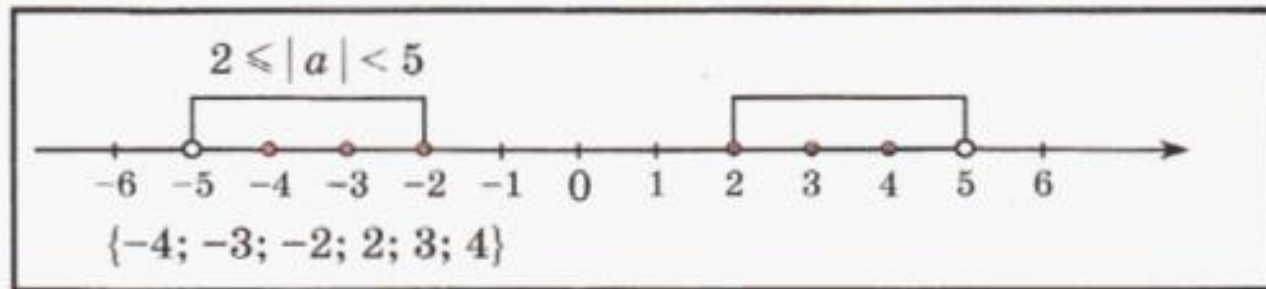
г) $|x| \geq 3$;

з) $6 \leq |y|$;

м) $|z| \geq 1,8$;

р) $1 \leq |t| \leq 4$.

Образец:





СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ!

учитель будущего