

Элементы теории множеств и алгебры логики (10 класс)

Вводная диагностика

Проверяемые умения:

- ✓ строить логической выражение по заданной таблице истинности; решать несложные логические уравнения.
- ✓ умение выполнять эквивалентные преобразования логических выражений, используя законы алгебры логики.

Источник заданий: сайт К.Ю. Полякова (<https://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm>)

Вариант I

- Какое из приведённых имен удовлетворяет логическому условию:
(первая буква согласная \rightarrow вторая буква согласная) \wedge (предпоследняя буква гласная \rightarrow последняя буква гласная)?
1) КРИСТИНА 2) МАКСИМ 3) СТЕПАН 4) МАРИЯ
- Для какого символьного выражения неверно высказывание:
Первая буква гласная $\rightarrow \neg$ (Третья буква согласная)?
1) abedc 2) becde 3) babas 4) abcab
- Дан фрагмент таблицы истинности выражения F (см. таблицу справа). Какое выражение соответствует F?
1) $(X \sim Z) \wedge (\neg X \rightarrow Y)$ 2) $(\neg X \sim Z) \wedge (\neg X \rightarrow Y)$
3) $(X \sim \neg Z) \wedge (\neg X \rightarrow Y)$ 4) $(X \sim Z) \wedge \neg(Y \rightarrow Z)$
Знак \sim означает «эквивалентность», то есть « $X \sim Z$ » значит «значения X и Z совпадают».

X	Y	Z	F
1	0	1	0
0	1	0	1
1	1	1	0

- Дан фрагмент таблицы истинности выражения F.
Какое выражение соответствует F?
1) $x_1 \rightarrow (x_2 \wedge x_3 \vee x_4 \wedge x_5 \vee x_6 \wedge x_7)$
2) $x_2 \rightarrow (x_1 \wedge x_3 \vee x_4 \wedge x_5 \vee x_6 \wedge x_7)$
3) $x_3 \rightarrow (x_1 \wedge x_2 \vee x_4 \wedge x_5 \vee x_6 \wedge x_7)$
4) $x_4 \rightarrow (x_1 \wedge x_2 \vee x_3 \wedge x_5 \vee x_6 \wedge x_7)$
- Какое логическое выражение равносильно выражению $\neg(A \wedge B) \wedge \neg C$?
1) $\neg A \vee B \vee \neg C$ 2) $(\neg A \vee \neg B) \wedge \neg C$ 3) $(\neg A \vee \neg B) \wedge C$ 4) $\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C$
- Построить таблицу истинности для заданного логического выражения (можно сначала упростить).
$$X = (B \rightarrow A) \cdot (\overline{\overline{B} \cdot \overline{\overline{C}}})$$
- Упростить логическую функцию $((\overline{A} \leftrightarrow \overline{B \wedge C}) \rightarrow \overline{C}) \rightarrow (\overline{A} \vee \overline{C} \leftrightarrow \overline{B})$. Упрощённый вид должен содержать не более трёх логических операций.

8. Для какого из значений числа Y высказывание $(Y < 5) \wedge ((Y > 1) \rightarrow (Y > 5))$ будет истинным?

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

9. Дано логическое выражение, зависящее от 5 логических переменных:

$$(\neg x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4 \vee x_5) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee \neg x_4 \vee \neg x_5)$$

Сколько существует различных наборов значений переменных, при которых выражение истинно?

- 1) 0 2) 30 3) 31 4) 32

10. Укажите значения переменных K, L, M, N, при которых логическое выражение

$$(\neg(M \vee L) \wedge K) \rightarrow ((\neg K \wedge \neg M) \vee N)$$

ложно. Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных K, L, M и N (в указанном порядке). Так, например, строка 1101 соответствует тому, что K=1, L=1, M=0, N=1.

11. В школьном первенстве по настольному теннису в четверку лучших вошли девушки: Наташа, Маша, Люда и Рита. Самые горячие болельщики высказали свои предположения о распределении мест в дальнейших состязаниях. Один считает, что первой будет Наташа, а Маша будет второй. Другой болельщик на второе место прочит Люду, а Рита, по его мнению, займет четвертое место. Третий любитель тенниса с ними не согласился. Он считает, что Рита займет третье место, а Наташа будет второй. Когда соревнования закончились, оказалось, что каждый из болельщиков был прав только в одном из своих прогнозов. Какое место на чемпионате заняли Наташа, Маша, Люда, Рита? (В ответе перечислите подряд без пробелов числа, соответствующие местам девочек в указанном порядке имен.)

Вариант 2.

1. Для какого имени истинно высказывание:

$\neg(\text{Первая буква согласная} \rightarrow \text{Вторая буква согласная}) \wedge \text{Последняя буква согласная?}$

- 1) ИРИНА 2) МАКСИМ 3) СТЕПАН 4) МАРИЯ

2. Для какого символьного выражения верно высказывание:

$\neg(\text{Первая буква согласная}) \wedge \neg(\text{Вторая буква гласная})?$

- 1) abcde 2) bcade 3) babas 4) cabab

3. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F (см. таблицу справа). Какое выражение соответствует F ?

- 1) $(X \vee \neg Y) \rightarrow Z$ 2) $(X \vee Y) \rightarrow \neg Z$ 3) $X \vee (\neg Y \rightarrow Z)$ 4) $X \vee Y \wedge \neg Z$

X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1

4. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F .

Какое выражение соответствует F ?

- 1) $x1 \wedge x2 \vee x3 \wedge x4 \vee x5 \wedge x6$
 2) $x1 \wedge x3 \vee x4 \wedge x5 \vee x6 \wedge x2$
 3) $x1 \wedge x4 \vee x2 \wedge x5 \vee x6 \wedge x3$
 4) $x1 \wedge x5 \vee x2 \wedge x3 \vee x6 \wedge x4$

$x1$	$x2$	$x3$	$x4$	$x5$	$x6$	F
1	1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0	0

5. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$\neg(A \vee \neg B) \vee \neg(A \vee B) \vee A \wedge B$?

- 1) $\neg B \wedge A$ 2) $A \wedge B \vee \neg B$ 3) $A \wedge B \vee \neg A$ 4) $\neg A$

6. Построить таблицу истинности для заданного логического выражения (можно сначала упростить).

$$X = (\overline{A \rightarrow B}) + (\overline{C \rightarrow \bar{B}})$$

7. Упростить логическую функцию $A \wedge (A \rightarrow B) \wedge (A \leftrightarrow \overline{CB})$. Упрощённый вид должен содержать не более трёх логических операций.

8. Для какого числа X истинно высказывание $(X \cdot (X-16) > -64) \rightarrow (X > 8)$

- 1) 5 2) 6 3) 7 4) 8

9. Дано логическое выражение, зависящее от 6 логических переменных:

$$X_1 \wedge \neg X_2 \wedge X_3 \wedge \neg X_4 \wedge X_5 \wedge X_6$$

Сколько существует различных наборов значений переменных, при которых выражение истинно?

- 1) 1 2) 2 3) 63 4) 64

10. Укажите значения переменных K, L, M, N , при которых логическое выражение
 $(\neg K \vee M) \rightarrow (\neg L \vee M \vee N)$

ложно. Ответ запишите в виде строки из четырех символов: значений переменных K, L, M и N (в указанном порядке). Так, например, строка 1101 соответствует тому, что $K=1, L=1, M=0, N=1$.

11. На вопрос, кто из трех абитуриентов A, B, C может работать на компьютере, был получен ответ: если может работать B , то может работать и C , но не верно, что если может работать A , то может работать и C . Кто из трех абитуриентов может работать на персональном компьютере?