

## Банк заданий по информатике (10 класс)

**Дефицит:** Умение строить и преобразовывать логические выражения

**Раздел курса** «Элементы теории множеств и алгебры логики»

**Основные проверяемые требования к подготовке обучающихся:** Умение выполнять эквивалентные преобразования логических выражений, используя законы алгебры логики.

- 1) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \rightarrow (((x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \wedge \neg(x \in A)) \rightarrow \neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}))$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества  $A$ .

- 2) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $\neg(x \in \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}) \vee (\neg(x \in \{3, 6, 9, 12, 15\}) \rightarrow (x \in A))$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества  $A$ .

- 3) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $((x \in \{3, 5, 7, 11, 12, 15\}) \rightarrow (x \in \{5, 6, 12, 15\})) \vee (x \in A)$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наименьшее возможное значение произведения элементов множества  $A$ .

- 4) Элементами множества  $A$  являются натуральные числа. Известно, что выражение  $((x \in \{1, 3, 5, 7, 9, 12\}) \rightarrow (x \in \{3, 6, 9, 12\})) \vee (x \in A)$  истинно (т. е. принимает значение 1) при любом значении переменной  $x$ .

Определите наименьшее возможное значение суммы элементов множества  $A$ .

- 5) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [44; 49]$  и  $Q = [28; 53]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 6) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [43; 49]$  и  $Q = [44; 53]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 7) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12; 26]$  и  $Q = [30; 53]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 8) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15; 39]$  и  $Q = [44; 57]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee (x \in Q)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

- 9) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [5; 30]$  и  $Q = [14; 23]$ . Укажите наибольшую возможную длину такого отрезка  $A$ , что формула

$$((x \in P) \equiv (x \in Q)) \rightarrow \neg(x \in A)$$

- 10) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25; 50]$  и  $Q = [32; 47]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула

$$(\neg(x \in A) \rightarrow \neg(x \in P)) \rightarrow ((x \in A) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Какова наибольшая возможная длина отрезка  $A$ ?

11) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 37]$  и  $Q = [32, 47]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула

$$((x \in A) \wedge \neg(x \in P)) \rightarrow (\neg(x \in P) \wedge (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Какова наибольшая возможная длина отрезка  $A$ ?

12) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [25, 37]$  и  $Q = [32, 50]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула

$$((x \in A) \wedge \neg(x \in Q)) \rightarrow ((x \in P) \vee (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ . Какова наибольшая возможная длина отрезка  $A$ ?

13) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$(\neg\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 6)) \rightarrow \neg\text{ДЕЛ}(x, 3)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

14) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$(\neg\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 21)) \rightarrow \neg\text{ДЕЛ}(x, 14)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

15) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$(\neg\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 15)) \rightarrow (\neg\text{ДЕЛ}(x, 18) \vee \neg\text{ДЕЛ}(x, 15))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

16) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow (\neg\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow \neg\text{ДЕЛ}(x, 12))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

17) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$\text{ДЕЛ}(x, 18) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 54) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

18) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого **наименьшего** натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \neg\text{ДЕЛ}(x, 16)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, 23)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

19) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого **наименьшего** натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, A) \wedge \text{ДЕЛ}(x, 12)) \rightarrow (\text{ДЕЛ}(x, 42) \vee \neg\text{ДЕЛ}(x, 12))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

20) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$\neg\text{ДЕЛ}(x, A) \rightarrow (\neg\text{ДЕЛ}(x, 24) \wedge \neg\text{ДЕЛ}(x, 36))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

21) Обозначим через  $\text{ДЕЛ}(n, m)$  утверждение «натуральное число  $n$  делится без остатка на натуральное число  $m$ ». Для какого наибольшего натурального числа  $A$  формула

$$(\text{ДЕЛ}(x, 40) \vee \text{ДЕЛ}(x, 64)) \rightarrow \text{ДЕЛ}(x, A)$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

22) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 56 \neq 0) \rightarrow ((X \& 48 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

23) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 35 \neq 0) \rightarrow ((X \& 31 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

24) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 76 \neq 0) \rightarrow ((X \& 10 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

25) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 102 \neq 0) \rightarrow ((X \& 36 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

26) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 94 \neq 0) \rightarrow ((X \& 21 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

27) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& A \neq 0) \rightarrow ((X \& 56 = 0) \rightarrow (X \& 20 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

28) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& A \neq 0) \rightarrow ((X \& 30 = 0) \rightarrow (X \& 20 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

29) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& A \neq 0) \rightarrow ((X \& 44 = 0) \rightarrow (X \& 76 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

30) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& A \neq 0) \rightarrow ((X \& 29 = 0) \rightarrow (X \& 86 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

31) Определите наибольшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& A \neq 0) \rightarrow ((X \& 14 = 0) \rightarrow (X \& 75 \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $X$ )?

32) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$(X \& 25 \neq 0) \rightarrow ((X \& 17 = 0) \rightarrow (X \& A \neq 0))$$

33) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение

$$((x \& 28 \neq 0) \vee (x \& 45 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 17 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$

тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?

- 34) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  

$$((x \& 20 \neq 0) \vee (x \& 55 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 7 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 35) Определите наименьшее натуральное число  $A$ , такое что выражение  

$$((x \& 26 \neq 0) \vee (x \& 13 \neq 0)) \rightarrow ((x \& 24 = 0) \rightarrow (x \& A \neq 0))$$
тождественно истинно (то есть принимает значение 1 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 36) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 24]$  и  $Q = [18, 30]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула  

$$(x \notin A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow (x \notin Q))$$
истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наименьшее количество точек, соответствующих нечётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?
- 37) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 18]$  и  $Q = [8, 30]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула  

$$(x \notin A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow (x \notin Q))$$
истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наименьшее количество точек, соответствующих нечётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?
- 38) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [12, 23]$  и  $Q = [8, 30]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула  

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$
истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наименьшее количество точек, соответствующих чётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?
- 39) На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [15, 30]$  и  $Q = [8, 25]$ . Отрезок  $A$  таков, что формула  

$$((x \in P) \wedge (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$
истинна при любом значении переменной  $x$ . Какое наименьшее количество точек, соответствующих чётным целым числам, может содержать отрезок  $A$ ?
- 40) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$(x \& A = 0) \wedge (x \& 41 \neq 0) \wedge (x \& 33 = 0)$$
тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 41) Определите **наименьшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$(x \& A = 0) \wedge (x \& 58 \neq 0) \wedge (x \& 22 = 0)$$
тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 42) Определите **наибольшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$(x \& A \neq 0) \wedge (x \& 41 = 0) \wedge (x \& 37 = 0)$$
тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 43) Определите **наибольшее** натуральное число  $A$ , при котором выражение  

$$(x \& A \neq 0) \wedge (x \& 58 = 0) \wedge (x \& 22 = 0)$$
тождественно ложно (то есть принимает значение 0 при любом натуральном значении переменной  $x$ )?
- 44) Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула  

$$((x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x \leq A)) \wedge ((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 10))$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?
- 45) Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула  

$$((x \leq 5) \rightarrow (x \cdot x \leq A)) \wedge ((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y < 7))$$
тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

46) Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула

$$( (x \leq 11) \rightarrow (x \cdot x \leq A) ) \wedge ( (y \cdot y < A) \rightarrow (y \leq 12) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

47) Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула

$$( (y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 15) ) \wedge ( (x \leq 3) \rightarrow (x \cdot x < A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

48) Для какого наибольшего целого числа  $A$  формула

$$( (y \cdot y < A) \rightarrow (y < 16) ) \wedge ( (x \leq 13) \rightarrow (x \cdot x < A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

49) Для какого наименьшего целого числа  $A$  формула

$$( (y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 10) ) \wedge ( (x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x < A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

50) Для какого наименьшего целого числа  $A$  формула

$$( (x < 5) \rightarrow (x \cdot x \leq A) ) \wedge ( (y \cdot y \leq A) \rightarrow (y \leq 7) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

51) Для какого наименьшего целого числа  $A$  формула

$$( (y \cdot y \leq A) \rightarrow (y < 12) ) \wedge ( (x < 11) \rightarrow (x \cdot x < A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

52) Для какого наименьшего целого числа  $A$  формула

$$( (x < 3) \rightarrow (x \cdot x \leq A) ) \wedge ( (y \cdot y < A) \rightarrow (y < 15) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

53) Для какого наименьшего целого числа  $A$  формула

$$( (y \cdot y < A) \rightarrow (y \leq 14) ) \wedge ( (x \leq 13) \rightarrow (x \cdot x < A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

54) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (x \leq 9) \rightarrow (x \cdot x \leq A) ) \wedge ( (y \cdot y \leq A) \rightarrow (y < 10) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

55) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$( (y \cdot y < A) \rightarrow (y \leq 8) ) \wedge ( (x \leq 5) \rightarrow (x \cdot x \leq A) )$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

56) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$((x < 10) \rightarrow (x \cdot x < A)) \wedge ((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y < 12))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

57) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$((x < 3) \rightarrow (x \cdot x \leq A)) \wedge ((y \cdot y < A) \rightarrow (y < 6))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

58) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$((x \leq 10) \rightarrow (x \cdot x < A)) \wedge ((y \cdot y \leq A) \rightarrow (y < 15))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

59) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$((x \geq 15) \rightarrow (x \cdot x > A)) \wedge ((y \cdot y \geq A) \rightarrow (y > 11))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

60) Сколько существует целых значений  $A$ , при которых формула

$$((x > 14) \rightarrow (x \cdot x > A)) \wedge ((y \cdot y > A) \rightarrow (y \geq 11))$$

тождественно истинна (то есть принимает значение 1 при любых целых неотрицательных значениях переменных  $x$  и  $y$ )?

61) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 3x < A) \vee (x > 20) \vee (y > 40)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

62) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y + 3x < A) \vee (x + y > 40)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений  $x$  и  $y$ .

63) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y + 5x < A) \vee (x + y > 80)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений  $x$  и  $y$ .

64) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(2y + 4x < A) \vee (x + 2y > 80)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений  $x$  и  $y$ .

65) Укажите наименьшее целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 5x < A) \vee (3x + 2y > 81)$$

истинно для любых целых неотрицательных значений  $x$  и  $y$ .

66) Укажите наименьшее *целое* значение  $A$ , при котором выражение

$$(y + 2x < A) \vee (x > 20) \vee (y > 40)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

67) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y - x + 10 \neq 0) \vee (A < 3x) \vee (A < y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

68) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(y - 2x + 29 \neq 0) \vee (A < x) \vee (A < 3y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .

69) Укажите **наибольшее** целое значение  $A$ , при котором выражение

$$(3y - 9x + 51 \neq 0) \vee (A < 6x) \vee (A < 3y)$$

истинно для любых целых положительных значений  $x$  и  $y$ .