

# Методические аспекты повторения и обобщение темы: «Арифметический квадратный корень» (ВПР, ОГЭ, ЕГЭ)

*Спикер: Овсянкина О. А. – учитель математики  
МБОУ СОШ № 8 г. о. Мытищи,  
заместитель председателя ПК ГИА-9 по  
математике Московской области*

26.01.2026 г.

## Основные проверяемые требования к предметным результатам освоения основной образовательной программы

Развитие умений применять понятие арифметического квадратного корня; находить квадратные корни; выполнять преобразования выражений, содержащих квадратные корни, используя свойства корней; умение выполнять действия с числами, представлять числа на координатной прямой; умение делать прикидку и оценку результата вычислений; сравнивать иррациональные числа; решать иррациональные уравнения.

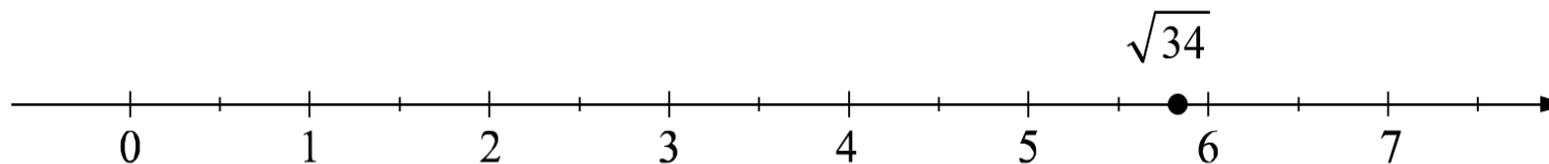
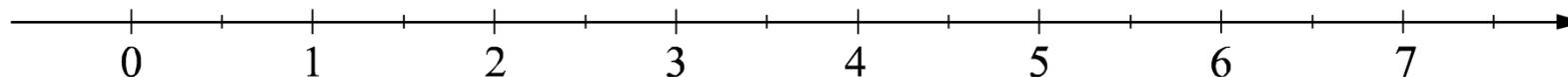
## Решение и критерии оценивания на ВПР – 8 класс

Система оценивания задания № 6.

Номер задания	6
Баллы	1

6 Отметьте на числовой прямой число  $\sqrt{34}$ .

Ответ:



любая точка на интервале от 5,5 до 6

$$6 = \sqrt{36} \quad 5 = \sqrt{25} \quad 5,5 = \sqrt{30,25} \quad \sqrt{30,25} < \sqrt{34} < \sqrt{36}$$

**Задание из второй части с развёрнутым  
решением**

17) Найдите значение выражения  $\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{3}$ .

Решение и указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение.</p> $\sqrt{4-4\sqrt{3}+3} + \sqrt{3} = \sqrt{(2-\sqrt{3})^2} + \sqrt{3} =  2-\sqrt{3}  + \sqrt{3} \stackrel{2-\sqrt{3} > 0}{=} 2$ <p><b>Возможна другая последовательность действий.</b> <math> 2-\sqrt{3}  = 2-\sqrt{3}</math></p> <p>Ответ: 2</p>	
Обоснованно получен верный ответ	2
<p>Дан верный ответ, но решение недостаточно обосновано. ИЛИ Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка</p>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Система оценивания задания № 8.

Номер задания	8
Баллы	1

**8**

Найдите значение выражения:  $\frac{1}{\sqrt{5}-2} - \frac{1}{\sqrt{5}+2}$ .

$$\frac{\sqrt{5}+2 - (\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \frac{\sqrt{5}+2 - \sqrt{5}+2}{(\sqrt{5})^2 - 4} = \frac{4}{1} = 4$$

Ответ: 4.

**20**

Решите уравнение:  $x^2 - 2x + \sqrt{7-x} = \sqrt{7-x} + 48$ .

$$x^2 - 2x + \sqrt{7-x} = \sqrt{7-x} + 48$$

$$ODЗ: 7-x \geq 0$$

$$x \leq 7$$

$$x^2 - 2x + \sqrt{7-x} - \sqrt{7-x} - 48 = 0$$

$$x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-48) = 4 + 192 = 196$$

$$x_1 = \frac{-(-2) - \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{2 - 14}{2} = \frac{-12}{2} = -6;$$

$$x_2 = \frac{-(-2) + \sqrt{196}}{2 \cdot 1} = \frac{2 + 14}{2} = \frac{16}{2} = 8 - \text{ не удовлетворяет } ODЗ$$

Ответ: -6.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущены вычислительные ошибки, с их учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**16**

**Система оценивания задания № 16.**

**Номер задания**

**16**

**Баллы**

**1**

Найдите значение выражения:  $(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15}$ .

$$\sqrt{4 \cdot 15} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{15} = 2\sqrt{15}.$$

$$(\sqrt{15} - \sqrt{60}) \cdot \sqrt{15} = (\sqrt{15} - 2\sqrt{15}) \cdot \sqrt{15} = -\sqrt{15} \cdot \sqrt{15} = -15.$$

Ответ: -15.

**17**

**Система оценивания задания № 17.**

**Номер задания**

**17**

**Баллы**

**1**

Найдите корень уравнения:  $\sqrt{15 - 2x} = 3$ .

$$3 > 0$$

Возведем в квадрат:  $\sqrt{15 - 2x} = 3 \Leftrightarrow 15 - 2x = 9 \Leftrightarrow -2x = -6 \Leftrightarrow x = 3$ .

Ответ: 3.

**6**

**Система оценивания задания № 6.**

**Номер задания**

**6**

**Баллы**

**1**

Найдите корень уравнения:  $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7}$ .

$$\frac{1}{7} > 0, \quad 4x - 54 \neq 0, \quad x \neq 13,5$$

Возведем в квадрат:  $\sqrt{\frac{6}{4x-54}} = \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{6}{4x-54} = \frac{1}{49} \Leftrightarrow 294 = 4x - 54 \Leftrightarrow x = 87$ .

**Ответ: 87.**

**6**

**Система оценивания задания № 6.**

**Номер задания**

**6**

**Баллы**

**1**

Найдите корень уравнения:  $\sqrt{-72 - 17x} = -x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Возведем в квадрат:

$$\sqrt{-72 - 17x} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} -72 - 17x = x^2, \\ -x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 17x + 72 = 0, \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = -9, \\ x = -8, \end{cases} \\ x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9, \\ x = -8. \end{cases}$$

Ответ: -9.

7

Система оценивания задания № 7.

Номер задания	7
Баллы	1

Найдите значение выражения:  $\sqrt{65^2 - 56^2}$ .

$$\sqrt{65^2 - 56^2} = \sqrt{(65 + 56)(65 - 56)} = \sqrt{121 \cdot 9} = 11 \cdot 3 = 33.$$

Ответ: 33.

1. Найти значение  $x^2$  при:

- $x = 3;$
- $x = 4;$
- $x = 0;$
- $x = \frac{1}{2};$
- $x = -4.$

Решите уравнение:

$$x^2 = 4 ;$$

$$x^2 = 64;$$

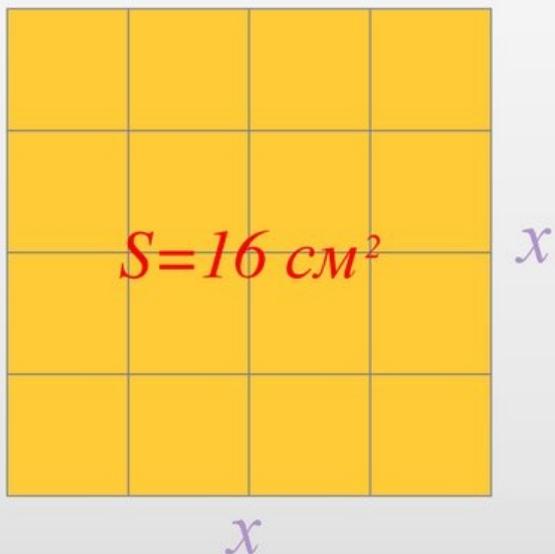
$$x^2 = 49;$$

$$x^2 = 0;$$

$$x^2 = -25;$$

$$x^2 = \frac{1}{9}$$

## Определение



$$x^2 = 16 \quad x - ?$$

$$4^2 = (-4)^2 = 16$$

4, -4 - квадратные корни из числа 16

$$4^2 = 16 \quad x = 4$$

**Арифметическим квадратным корнем** из числа  $a$  называется неотрицательное число, квадрат которого равен  $a$ .

**4** - арифметический квадратный корень из 16, т.к.  $4^2 = 16$

$$\sqrt{a} = b, \text{ если } b \geq 0 \text{ и } b^2 = a$$

При  $a < 0$  выражение  $\sqrt{a}$  не имеет смысла.

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

Обозначается:

$$\sqrt{a}$$

$\sqrt{\quad}$  - знак корня  
(радикал)

$a$

- подкоренное число  
(выражение)

**Область допустимых значений  
переменной (ОДЗ) арифметического  
квадратного корня:**

$$a \geq 0$$

Операция нахождения квадратного корня из неотрицательного числа называют **извлечением квадратного корня**.

## Имеет ли смысл выражение:

$$\sqrt{100};$$

$$\sqrt{-100};$$

$$-\sqrt{100};$$

$$\sqrt{(-10)^2};$$

$$\sqrt{(-25) \cdot (-4)};$$

$$\sqrt{-25 \cdot 4}$$

Извлечь арифметический квадратный корень:

$$\sqrt{49} = 7, \text{ так как } 7 > 0; 7^2 = 49$$

$$\sqrt{0,25} = 0,5$$

$$\sqrt{0} = 0$$

$$\sqrt{-4} = \text{Выражение не имеет смысла}$$

Докажите, что:

$$\sqrt{121} = 11;$$

$$\sqrt{169} = 13;$$

$$\sqrt{1,44} = 1,2;$$

$$\sqrt{0,49} = 0,7$$

**Найти значение корня:**

$$\sqrt{81} =$$

$$\sqrt{36} =$$

$$\sqrt{1600} =$$

$$\sqrt{10000} =$$

$$\sqrt{0,04} =$$

$$\sqrt{0,81} =$$

$$\sqrt{\frac{81}{4}} =$$

$$\sqrt{1\frac{24}{25}} =$$

**Найдите значение выражения:**

$$(\sqrt{5})^2 =$$

$$(\sqrt{11})^2 =$$

$$(\sqrt{6})^2 =$$

$$\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 =$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2 =$$

**Вычислите:**

$$\sqrt{25} =$$

$$\sqrt{81} =$$

$$\sqrt{100} =$$

$$0,1\sqrt{16} =$$

$$\frac{\sqrt{900}}{3} =$$

Найдите значение выражения:

$$\sqrt{3x - 5} \text{ при } x = 23; 1,83$$

$$\sqrt{3 \cdot 23 - 5} = \sqrt{69 - 5} = \sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{3 \cdot 1,83 - 5} = \sqrt{5,49 - 5} = \sqrt{0,49} = 0,7$$

$$\sqrt{x} + \sqrt{y} \text{ при } x = \frac{9}{25}; y = 0,36$$

$$\sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt{0,36} = \frac{3}{5} + 0,6 = 0,6 + 0,6 = 1,2$$

Найдите значение выражения:

$$\sqrt{0,09} + \sqrt{0,25} = 0,3 + 0,5 = 0,8$$

$$3\sqrt{9} - 16 = 9 - 16 = -7$$

$$0,1\sqrt{400} + 0,2\sqrt{1600} = 0,1 \cdot 20 + 0,2 \cdot 40 = 2 + 8 = 10$$

Существует ли значение переменной  $x$ ,  
при котором:

$$\sqrt{x} = 0,1$$

$$\sqrt{x} = -10$$

$$\sqrt{x} + 1 = 0$$

$$\sqrt{x} - 3 = 0$$

Решите уравнение:

$$\sqrt{x} = 2$$

$$\sqrt{x} = \frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x} = -2$$

$$\sqrt{y} = 9$$

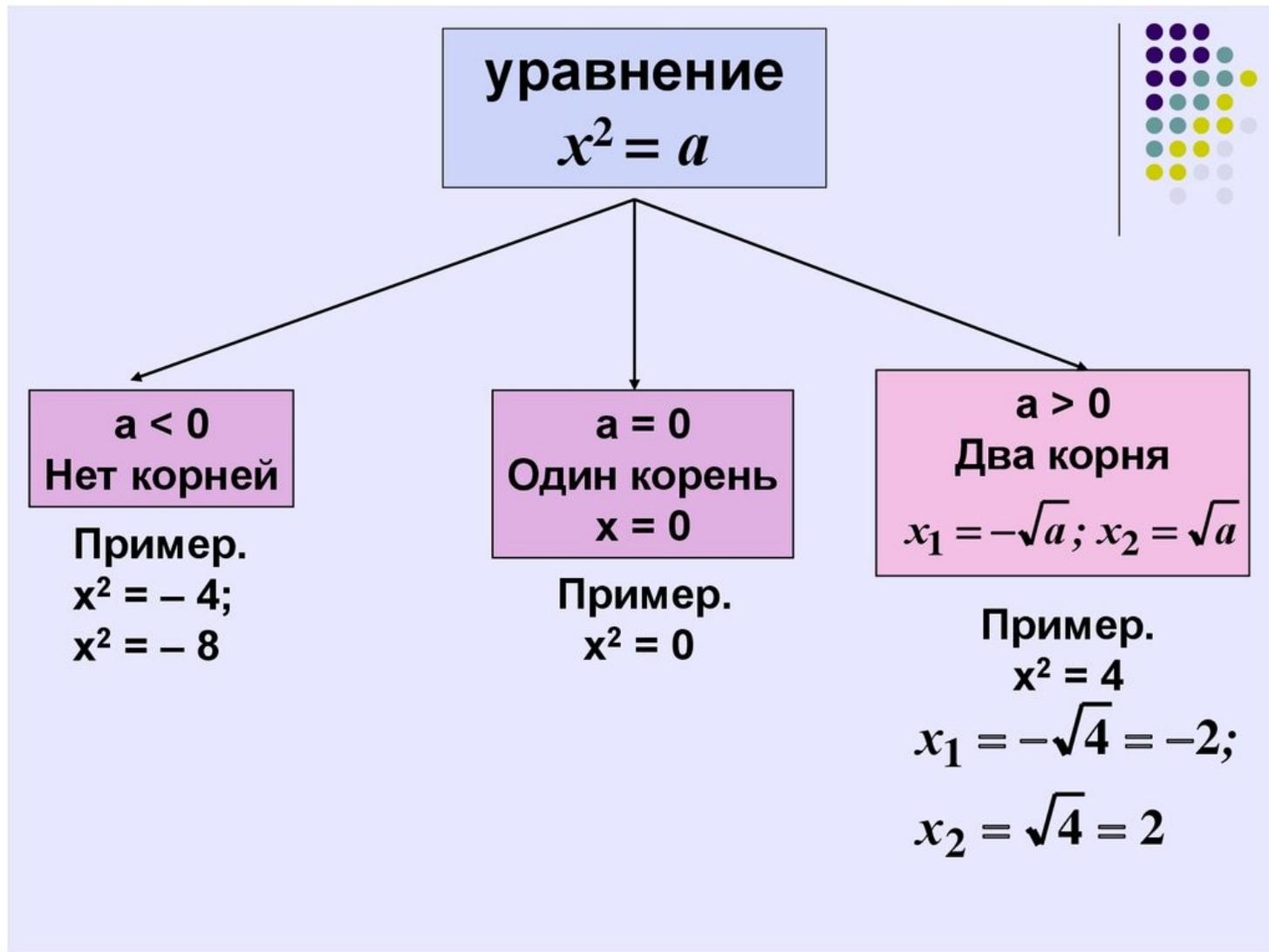
Укажите допустимые значения выражения:

$$\sqrt{a}$$

$$\sqrt{a^2}$$

$$\sqrt{|x|}$$

$$\sqrt{x-2}$$



## Имеет ли корни уравнение:

▶  $x^2=81$

▶  $x^2=18$

▶  $x^2=0$

▶  $x^2= - 25$

## Решите уравнение:

▶  $x^2=36$

▶  $x^2=0,49$

▶  $x^2=121$

▶  $x^2=11$

▶  $x^2=8$

▶  $x^2=2,5$

Решите уравнение:

$$a) 80 + y^2 = 81$$

$$б) 3x^2 = 1,45$$

$$в) -5y^2 = 1,8$$

$$г) 20 - b^2 = 20$$

Самая распространенная ошибка – неверное решение неполного квадратного уравнения.

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \sqrt{9}$$

$$x = \pm 3$$

# СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКОГО КВАДРАТНОГО КОРНЯ

## Свойство 1

Корень из произведения, где множители не отрицательны, равен произведению корней из этих множителей

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \text{ если } a \geq 0, b \geq 0$$

Пример:  $\sqrt{64 \cdot 169} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{169} = 8 \cdot 13 = 104$

## Свойство 2

Корень из дроби, где знаменатель положителен, а числитель неотрицателен, равен отношению корня из числителя к корню из знаменателя

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \text{ если } a \geq 0, b > 0$$

Пример:  $\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$

## Квадратный корень из степени

$$\sqrt{a^2} = |a|, \text{ верно для любого } a$$

Пример:  $\sqrt{(-11)^2} = |-11| = 11$

$$4^2 = 16, \quad \sqrt{16} = 4;$$

$$(-4)^2 = 16, \quad \sqrt{16} \neq -4;$$

$$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6;$$

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5} = 0,8;$$

$$\sqrt{5^6} = \sqrt{5^{2 \cdot 3}} = 5^3 = 125;$$

$$\sqrt{7^2} = 7, \quad \sqrt{7^2} \neq -7.$$

$$a) \sqrt{49 \cdot 0,36} = 7 \cdot 0,6 = 4,2$$

$$б) \sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{36} = 6$$

$$в) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{2}{18}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

$$д) \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24) \cdot (25+24)} = \sqrt{1 \cdot 49} = 7$$

Свойства арифметического квадратного корня

$\sqrt{a} * \sqrt{b} = \sqrt{a * b}$	$\sqrt{a} * \sqrt{b} = \sqrt{a * b}$ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$	$(\sqrt{a})^2 = a$ + формулы сокращенного умножения $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$	$\sqrt{a^2} =  a $ $ a  = \begin{cases} -a, a < 0 \\ a, a \geq 0 \end{cases}$
$(\sqrt{20} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{5}$  $5\sqrt{11} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{22}$  $\sqrt{5 \cdot 18} \cdot \sqrt{10}$  $\sqrt{45 \cdot 60 \cdot 12}$	$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$  $\frac{\sqrt{21} \cdot \sqrt{14}}{\sqrt{6}}$  $\frac{\sqrt{25a^9} \cdot \sqrt{16b^8}}{\sqrt{a^5 b^8}}$ при $a=4, b=7$	$\frac{72}{(2\sqrt{3})^2}$  $(\sqrt{2} \cdot \sqrt{3})^2 - 1$  $\sqrt{64} + (\sqrt{6}, 4)^2$  $(\sqrt{17} - 3)(\sqrt{17} + 3)$  $(5 + \sqrt{2})^2 + (5 - \sqrt{2})^2$  $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$	$\sqrt{(-17)^2}$  $\sqrt{(3\sqrt{2} - 5)^2} + 3\sqrt{2}$  $\sqrt{a^2 + 8ab + 16b^2}$ при $a = 3\frac{3}{7}, b = \frac{1}{7}$  $\sqrt{(a^n)^2} =  a^n $  $\sqrt{2 \cdot 49^2} \cdot \sqrt{2 \cdot 5^4}$  $\sqrt{2^6 \cdot 7^2 \cdot 10^2}$  $\sqrt{36x^4 y^{10}}$ при $x=3, y=2$

Используем формулу разности квадратов и свойства квадратных корней.

1)

$$\frac{\sqrt{\sqrt{10}-2} \cdot \sqrt{\sqrt{10}+2}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{10}-2)(\sqrt{10}+2)}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{(\sqrt{10})^2 - 2^2}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{10-4}}{\sqrt{24}} =$$
$$= \sqrt{\frac{6}{24}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

2)

$$\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{\sqrt{15}+3} \cdot \sqrt{\sqrt{15}-3}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{(\sqrt{15}+3)(\sqrt{15}-3)}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{(\sqrt{15})^2 - 3^2}} = \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{15-9}} = \sqrt{\frac{54}{6}} =$$
$$= \sqrt{9} = 3.$$

**Ответ:** 1)  $\frac{1}{2}$ ; 2) 3.

Найдите значение выражения. В ответе укажите номер правильного варианта.

1	$(\sqrt{19} - 4) \cdot (\sqrt{19} + 4)$	1) 35    2) 23    3) 15    4) 3
	<p><b>Решение</b> Выражения в скобках отличаются только знаками, значит, можно применить формулу разности квадратов (1), только наоборот:</p> $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$ $(\sqrt{19} - 4) \cdot (\sqrt{19} + 4) = (\sqrt{19})^2 - 4^2 = 19 - 16 = 3.$	
	<b>Ответ. 4</b>	
2	$(\sqrt{5} - \sqrt{13}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{13})$	1) 18    2) -12    3) -8    4) 8
	<p><b>Решение</b> <math>(\sqrt{5} - \sqrt{13}) \cdot (\sqrt{5} + \sqrt{13}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{13})^2 = 5 - 13 = -8.</math></p>	
	<b>Ответ. 3</b>	
3	$(\sqrt{46} + 6)^2$	1) 82    2) $82 + 6\sqrt{46}$ 3) 52    4) $82 + 12\sqrt{46}$
	<p><b>Решение</b> Применим формулу квадрата суммы (2): <math>(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2</math></p> $(\sqrt{46} + 6)^2 = (\sqrt{46})^2 + 2 \cdot \sqrt{46} \cdot 6 + 6^2 = 46 + 12\sqrt{46} + 36 = 82 + 12\sqrt{46}.$	
	<b>Ответ. 4</b>	
4	$(\sqrt{32} - 3)^2$	1) 23    2) $41 - 6\sqrt{32}$ 3) 41    4) $41 - 3\sqrt{46}$
	<p><b>Решение</b> Применим формулу квадрата разности (3): <math>(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2</math></p> $(\sqrt{32} - 3)^2 = (\sqrt{32})^2 - 2 \cdot \sqrt{32} \cdot 3 + 3^2 = 32 - 6\sqrt{32} + 9 = 41 - 6\sqrt{32}.$	
	<b>Ответ. 2</b>	

## ВЫНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ИЗ-ПОД КОРНЯ

$$\sqrt{a^2 b} = \begin{cases} a\sqrt{b}, & \text{если } a > 0 \\ -a\sqrt{b}, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

$45 = \sqrt{3^2 \cdot 5} = 3\sqrt{5}$

при  $c < 0$   
 $\sqrt{7c^2} = -c\sqrt{7}$

$\sqrt{9 - 6a + a^2} = \sqrt{(3 - a)^2} = |3 - a|$

## ВНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ПОД КОРЕНЬ

$$a\sqrt{b} = \begin{cases} \sqrt{a^2 b}, & \text{если } a > 0 \\ -\sqrt{a^2 b}, & \text{если } a < 0 \end{cases}$$

$4\sqrt{3} = \sqrt{4^2 \cdot 3} = \sqrt{48}$

$n^2\sqrt{n} = \sqrt{n \cdot n^4} = \sqrt{n^5}$

при  $m < 0$   
 $m\sqrt{3} = -\sqrt{3m^2}$

## ИРРАЦИОНАЛЬНОСТЬ В ЗНАМЕНАТЕЛЕ

$$\frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{3 \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x}}{x}$$

$$\frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{1 \cdot (2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - (\sqrt{3})^2} = 2 - \sqrt{3}$$

4. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}}$ .

*Решение.*

$$\frac{\sqrt{2,8} \cdot \sqrt{4,2}}{\sqrt{0,24}} = \sqrt{\frac{2,8 \cdot 4,2}{0,24}} = \sqrt{\frac{28 \cdot 42}{24}} = \sqrt{49} = 7.$$

5. Найдите значение выражения  $\left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}}$ .

*Решение.*

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{3\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}} &= \left(\sqrt{\frac{27}{7}} - \sqrt{\frac{12}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}} = \left(\sqrt{\frac{27}{7}} - \sqrt{\frac{12}{7}}\right) \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} = \\ &= \sqrt{\frac{27}{7}} \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} - \sqrt{\frac{12}{7}} \cdot \sqrt{\frac{28}{3}} = \sqrt{\frac{27 \cdot 28}{7 \cdot 3}} - \sqrt{\frac{12 \cdot 28}{7 \cdot 3}} = \sqrt{9 \cdot 4} - \sqrt{4 \cdot 4} = 6 - 4 = 2. \end{aligned}$$

$$\sqrt{a^2 + 8ab + 16b^2} \text{ при } a = 3\frac{3}{7}, b = \frac{1}{7}$$

$$\sqrt{a^2 + 8ab + 16b^2} = \sqrt{(a + 4b)^2} = |a + 4b|$$

$$|a + 4b| = \left| 3\frac{3}{7} + 4 * \frac{1}{7} \right| = \left| 3\frac{3}{7} + \frac{4}{7} \right| = 3\frac{7}{7} = 3 + 1 = 4$$

## Как извлечь корень?

Пример: чему равен  $\sqrt{4624}$  ?

 Раскладываем число 4624 на множители:

4624	2
2312	2
1156	2
578	2
289	17
17	17
1	

 Получили:

$$4624 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 17 = 2^4 \cdot 17^2$$

 Тогда

$$\sqrt{4624} = \sqrt{2^4 \cdot 17^2} = \sqrt{2^2 \cdot 17} = 68$$

**Ответ: 68**

Если  $a \geq 0$  и  $n$  - натуральное число, то

$$\sqrt{a^{2n}} = a^n.$$

$$\sqrt{a^6} = a^3, \quad \sqrt{a^{10}} = a^5.$$

*Пример 5:* Вычислить, не используя таблицу квадратов чисел и микрокалькулятор

$\sqrt{7056}$	7056	2	$7056 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2,$
	3528	2	$\sqrt{7056} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 7^2} =$
	1764	2	$= \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{7^2} =$
	882	2	$= 2^2 \cdot 3 \cdot 7 = 84.$
	441	3	
	147	3	
	49	7	
	7	7	
	1		

На ЕГЭ часто встает задача найти квадратный корень

Существует более 8 способов нахождения квадратного корня из числа, покажу два самых полезных, на мой взгляд

$$\sqrt{4624}$$

## Способ подбора

Нетрудно понять, что искомое число 4624 лежит в промежутке от  $60^2$  до  $70^2$ , тогда  $4624 = 6..^2$

$$3600 \leq 4624 \leq 4900$$

Число 4624 заканчивается на 4. Произведение только двух цифр даст на конце 4, это  $2^2 = 4$  и  $8^2 = 64$

То есть это  $62^2$  или  $68^2$ . Число 4624 ближе к 4900, чем к 3600

$$\text{Тогда } \sqrt{4624} = 68$$

$$\sqrt{6241}$$

$$70 \leq \sqrt{6241} \leq 80$$

$$..1 = 1^2 \text{ или } 9^2$$

$$\sqrt{6241} \text{ ближе к } 80 \Rightarrow \sqrt{6241} = 79$$

$$\sqrt{367236}$$

$$600 \leq \sqrt{367236} \leq 700$$

$$(600 + x)^2 = 367236$$

$$360000 + 2 \cdot 600x + x^2 = 367236$$

$$x^2 + 1200x - 7236 = 0 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow \sqrt{367236} = 606$$

Искомое число  $6...^2$ , тогда разложим его на  $(600 + x)^2$ , где  $x$  десятков и единица числа



## Способ разложения на простые множители

Для извлечения квадратного корня можно разложить число на простые множители и извлечь квадратный корень из произведения.

3136		2
1568		2
784		2
392		2
196		2
98		2
49		7
7		7

$$\sqrt{3136} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 7^2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 56.$$



## Разложение чисел на простые множители

2916		2	9216		2
1458		2	4608		2
729		3	2304		2
243		3	1152		2
81		3	576		2
27		3	288		2
9		3	144		2
			72		2
			36		2
			18		2
			9		3
			3		3

$$\sqrt{2916} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 54$$

$$\sqrt{9216} = \sqrt{2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 96$$

$$\sqrt{206116} = \sqrt{2^2 \cdot 227 \cdot 227} = 2 \cdot 227 = 454$$

Разложите на простые множители число

## 2376

2376		2
1188		2
594		2
297		2
99		3
33		3
11		11
1		

$$2376 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 11$$

Сравним числа  $\sqrt{20}$  и  $3\sqrt{5}$ .

**1 способ:**

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$2\sqrt{5} < 3\sqrt{5}$$

$$\sqrt{20} < 3\sqrt{5}$$

**Вынесение** множителя  
за знак корня. 

**2 способ:**

$$3\sqrt{5} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$$

$$20 < 45 \Rightarrow \sqrt{20} < \sqrt{45}$$

$$\sqrt{20} < 3\sqrt{5}$$

**Внесение** множителя  
под знак корня. 

## СРАВНЕНИЕ ИРРАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Задание: Сравнить  $\sqrt{31}$  и 5,5

Решение:

Возведем оба числа в квадрат:

$$(\sqrt{31})^2 \quad \vee \quad (5,5)^2$$

$$31 \quad \vee \quad 30,25$$

$$31 > 30,25$$

Следовательно,  $\sqrt{31} > 5,5$

Сравните

$$\sqrt{2} + \sqrt{15} \quad \text{и} \quad \sqrt{3} + \sqrt{10}$$

2 способ

$$(\sqrt{2} + \sqrt{15})^2 = 2 + 2\sqrt{30} + 15 = 17 + 2\sqrt{30}$$

$$(\sqrt{3} + \sqrt{10})^2 = 3 + 2\sqrt{30} + 10 = 13 + 2\sqrt{30}$$

$$\sqrt{2} + \sqrt{15} > \sqrt{3} + \sqrt{10}$$

*Укажите наибольшее число  
из перечисленных чисел:*

$$2\sqrt{7}; \sqrt{13}; 4,5$$

*Расположите в порядке  
убывания числа:*

$$a = \sqrt{13}; b = \sqrt{7}; c = 3,2$$

## 8 Сравнение иррациональных чисел

ВПР

1.

Отметьте на координатной прямой число  $\sqrt{105}$ .

2.

Отметьте на координатной прямой число  $2\sqrt{47}$ .

3.

Отметьте на координатной прямой число  $\sqrt{102}$ .

4.

Отметьте на координатной прямой число  $2\sqrt{2}$ .

17

ВПР

Решение и указания к оцениванию	Баллы
Решение. $\frac{52 + 4\sqrt{3}(4 + \sqrt{3})}{4 + \sqrt{3}} = \frac{64 + 16\sqrt{3}}{4 + \sqrt{3}} = \frac{16(4 + \sqrt{3})}{4 + \sqrt{3}} = 16.$ Ответ: 16.  <b>Возможна другая последовательность действий</b>	
Обоснованно получен верный ответ	2
Дан верный ответ, но решение недостаточно обосновано. ИЛИ Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

**ВПР** 13

Корнем квадратного уравнения  $2x^2 + 3\sqrt{2} \cdot x + c = 0$  является число  $\sqrt{2} - 1$ . Найдите второй корень данного уравнения.

Решение и указания к оцениванию	Баллы
<p>Решение.</p> <p>Обозначим второй корень уравнения <math>x_2</math>. По теореме Виета <math>x_2 + \sqrt{2} - 1 = -\frac{3\sqrt{2}}{2}</math>.</p> <p>Тогда <math>x_2 = 1 - \frac{5\sqrt{2}}{2}</math>.</p> <p>Возможно другое решение с предварительным нахождением коэффициента <math>c</math>.</p> <p>Ответ: <math>1 - \frac{5\sqrt{2}}{2}</math></p>	
Обоснованно получен верный ответ	2
Ход решения верный, но допущена вычислительная ошибка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

1. Найдите значение выражения  $\sqrt{\frac{64a^{10}}{a^6}}$  при  $a=5$ .
2. Найдите значение выражения  $\sqrt{\frac{81x^2}{y^4}}$  при  $x=2, y=6$ .
3. Найдите значение выражения  $\sqrt{\frac{1}{100} \cdot x^4 y^6}$  при  $x=5, y=2$ .
4. Найдите значение выражения  $\sqrt{(-a)^6 \cdot a^4}$  при  $a=2$ .
5. Найдите значение выражения  $\sqrt{a^2 + 18ab + 81b^2}$  при  $a=2\frac{4}{13}, b=\frac{1}{13}$ .
6. Найдите значение выражения  $\sqrt{a^2 + 16ab + 64b^2}$  при  $a=9, b=-2$ .
7. Найдите значение выражения

$$1 \quad (\sqrt{28} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7}; \quad 3 \quad \frac{\sqrt{30} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{18}}; \quad 5 \quad \sqrt{7^4};$$

$$2 \quad \sqrt{7 \cdot 12} \cdot \sqrt{21}; \quad 4 \quad 4\sqrt{13} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{39}; \quad 6 \quad \sqrt{9^5}.$$

8. Найдите значение выражения

$$1 \quad \frac{(7\sqrt{11})^2}{110}; \quad 3 \quad (\sqrt{23} - 4)(\sqrt{23} + 4); \quad 6 \quad \frac{1}{4 + \sqrt{14}} + \frac{1}{4 - \sqrt{14}};$$

$$2 \quad \frac{48}{(2\sqrt{6})^2}; \quad 4 \quad (\sqrt{15} - \sqrt{7})(\sqrt{15} + \sqrt{7}); \quad 7 \quad \frac{1}{\sqrt{37} - 6} - \frac{1}{\sqrt{37} + 6}.$$

$$5 \quad (\sqrt{14} - 3)^2 + 6\sqrt{14}$$

**ОГЭ**

1. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$ .
2. Найдите значение выражения  $\sqrt{15 \cdot 20 \cdot 27}$ .
3. Найдите значение выражения  $\sqrt{25 \cdot 2^8}$ .
4. Найдите значение выражения  $\sqrt{7 \cdot 5^2} \cdot \sqrt{7 \cdot 3^4}$ .
5. Найдите значение выражения  $\sqrt{2^6 \cdot 5^4 \cdot 19^2}$ .
6. Найдите значение выражения  $\sqrt{4x^8y^2}$  при  $x=3$ ,  $y=10$ .
7. Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{49a^{11}} \cdot \sqrt{16b^6}}{\sqrt{a^7b^6}}$  при  $a=4$ ,  $b=11$ .
8. Найдите значение выражения  $(2+\sqrt{11})^2 + (2-\sqrt{11})^2$ .
9. Найдите значение выражения  $\sqrt{(-21)^2}$ .
10. Найдите значение выражения  $\sqrt{(2\sqrt{3}-7)^2} + 2\sqrt{3}$ .

**Задание 1.**

1. Найдите значение выражения  $(\sqrt{3} \cdot \sqrt{7})^2 - 1$ .
2. Найдите значение выражения  $\sqrt{9} + (\sqrt{0,9})^2$ .
3. Найдите значение выражения  $\sqrt{2,4} \cdot \sqrt{60}$ .
4. Найдите значение выражения  $\frac{3}{5} \sqrt{50} \cdot \sqrt{8}$ .

**Задание 2.**

1. Найдите значение выражения  $\sqrt{0,49a^2b^4}$  при  $a=5$ ,  $b=2$ .
2. Найдите значение выражения  $\sqrt{(-a)^3(-a)^5}$  при  $a=4$ .
3. Найдите значение выражения  $\frac{10\sqrt{x} \cdot 27\sqrt{y}}{18\sqrt{xy}}$  при  $x=5$ ,  $y=13$ .
4. Найдите значение выражения  $\sqrt{\frac{b^{19}}{16b^{15}}}$  при  $b=3$ .

Преобразование иррациональных выражений

**Примеры прототипов**

**ЕГЭ**

Найдите значение выражения.

1)  $\sqrt{52} \cdot \sqrt{13}$ ;                      2)  $\sqrt{15} \cdot \sqrt{5,4}$ ;                      3)  $\frac{\sqrt{245}}{\sqrt{5}}$ .

Найдите значение выражения.

1)  $\frac{8\sqrt{99}}{\sqrt{11}}$ ;                      2)  $\frac{\sqrt{243}}{6\sqrt{3}}$ ;                       $\frac{\sqrt[9]{40} \cdot \sqrt[9]{24}}{\sqrt[9]{15}}$   
 $\frac{\sqrt[5]{100} \cdot \sqrt[3]{100}}{\sqrt[30]{100}}$

Найдите значение выражения.

1)  $\frac{(3\sqrt{13})^2}{39}$ ;                      2)  $\frac{35}{(5\sqrt{14})^2}$ ;                       $\frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2}{20 + 8\sqrt{6}}$   
 $\frac{\sqrt{8,8} \cdot \sqrt{7,7}}{\sqrt{0,56}}$

Найдите значение выражения.

1)  $\sqrt{5^4 \cdot 2^6}$ ;                      2)  $\frac{7}{6}\sqrt{3} \cdot \sqrt{48}$ ;                       $\frac{3^5\sqrt{17} \cdot 17 \cdot \sqrt[14]{17}}{\sqrt[10]{17}}$

Найдите значение выражения.

1)  $(\sqrt{28} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7}$ ;                      2)  $(\sqrt{19} - \sqrt{2}) \cdot (\sqrt{19} + \sqrt{2})$ ;                      3)  $(\sqrt{23} - 2) \cdot (\sqrt{23} + 2)$ .

Найдите значение выражения.

1)  $(2\sqrt{3} + \sqrt{6}) \cdot (2\sqrt{3} - \sqrt{6})$ ;                      2)  $(3\sqrt{5} - \sqrt{11}) \cdot (3\sqrt{5} + \sqrt{11})$ .

Квадратные уравнения

Решите уравнение. Если уравнение имеет более одного корня,

в ответ запишите

- А) меньший из корней;
- Б) больший из корней.

- 1)  $x^2 + 5x = 0$ ;                      3)  $x^2 - 100 = 0$ ;                      5)  $x^2 = -9x$ .
- 2)  $x^2 - 7x = 0$ ;                      4)  $x^2 = 36$ ;

Иррациональные уравнения

Найдите корень уравнения:

- 1)  $\sqrt{5x-16} = 3$ ;                      2)  $\sqrt{9-2x} = 7$ ;                      3)  $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{4}$ .

Решите уравнение  $\sqrt{21-4x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Удачи!!!  
Успехов!!!  
Уверенности  
в себе и в свои возможности!!!

Спикер:

*Овсянкина О. А. – учитель  
математики  
МБОУ СОШ № 8 г. о.  
Мытищи, заместитель  
председателя ПК ГИА-9 по  
математике Московской  
области*