

Методические рекомендации для учителей математики по организации преподавания курса «Теории вероятности и статистики /углубленный уровень 10 класс/

| Содержание Примерной программы по математике | Алгебра и начала математического анализа" "Алимов Ш.А., другие(10- 11)(Базовый/Угл ублённый) | Алгебра и начала математического анализа. Колягин Ю.М. и др. (10-11) (Базовый/Углублё нный) 11 класс | Алгебра и начала математического анализа. Пратусевич М.Я. (10-11) (Углублённый), 11 класс | Алгебра и начала математического анализа. Мерзляк А.Г. (10-11) (углубленный) | Алгебра и начала математического анализа. Никольский С.М. и др. (10-11) (Базовый/Углублё нный), 10 класс | Алгебра и начала математическог о анализа. Муравин Г.К. (10-11) (Углублённый) | Алгебра и начала математическог о анализа. Мордкович А.Г. и др. (10-11) (углубленный) | Теория вероятностей и статистика 10,11. Ю.Н Тюрин и др. МЦНМ, 2014 |
|--|---|---|---|---|--|---|---|--|
| Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует |
| Случайные эксперименты (опыты) и случайные события. | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Элементарные события (исходы). | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Вероятность случайного события. | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Близость частоты и вероятности событий. | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Случайные опыты с равновозможными элементарными событиями. | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события. | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Диаграммы Эйлера | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует |
| Формула сложения вероятностей. | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| условная вероятность | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует |
| умножение вероятностей | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует |
| дерево случайного эксперимента | отсутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Формула полной вероятности | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует |
| Формула Байеса. | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует | отсутствует |
| Независимые события | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Бинарный случайный опыт(испытание), успех и неудача | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Перестановки и факториал | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Число сочетаний | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Треугольник Паскаля | отсутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |

| | | | | | | | | |
|---|--------------|--------------|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Формула бинома Ньютона. | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Серия независимых испытаний Бернулли. | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Случайный выбор из конечной совокупности | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Случайная величина. | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Распределение вероятностей | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Диаграмма распределения | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Операции над случайными величинами. | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | присутствует | присутствует |
| Бинарная случайная величина. | отсутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |
| Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное. | отсутствует | присутствует | отсутствует | присутствует | отсутствует | отсутствует | присутствует | присутствует |

Первая тема «Граф, связный граф, пути в графе: циклы и цепи. Степень (валентность) вершины. Графы на плоскости. Деревья» отсутствует во всех учебниках. Для разработки уроков по этим темам рекомендуем следующие пособия: В.М. Гуровиц, В.В. Ховрина «Графы» Издательство МЦНМО, Москва 2009, в этой книге есть и теоретический материал, и задачи. Можно использовать книгу О.И. Мельникова «Теория графов для учителей и школьников ... и не только» Москва, Издательство Ленанд, 2017. В книге «Кружок по теории вероятностей» Высоцкий И. Р. — М.: МЦНМО, 2018г. есть хорошие задачи повышенной сложности по теме «Графы».

Следующие темы для мотивированных школьников не являются сложными:

- Случайные эксперименты (опыты) и случайные события;
- Элементарные события (исходы);
- Вероятность случайного события;
- Близость частоты и вероятности событий;
- Случайные опыты с равновероятными элементарными событиями;
- Операции над событиями: пересечение, объединение, противоположные события;
- Диаграммы Эйлера;
- Формула сложения вероятностей;
- Условная вероятность;
- Умножение вероятностей;

- Дерево случайного эксперимента;
- Бинарный случайный опыт(испытание), успех и неудача;
- Независимые испытания. Серия независимых испытаний до первого успеха;
- Перестановки и факториал;
- Число сочетаний;
- Треугольник Паскаля;
- Формула бинома Ньютона;
- Серия независимых испытаний Бернулли;
- Случайный выбор из конечной совокупности;
- Случайная величина;
- Распределение вероятностей;
- Диаграмма распределения;
- Операции над случайными величинами;
- Бинарная случайная величина;
- Примеры распределений, в том числе геометрическое и биномиальное.

Некоторые этих тем, например, такие как «Перестановки, Размещения, Сочетания» можно повторить, используя учебник «Теория вероятностей и статистика 7,8,9» И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко, Издательство МЦНМО. Другие- изучить, выполняя проект. Для формирования умений решать задачи повышенной сложности рекомендуем использовать книгу «Кружок по теории вероятностей» Высоцкий И. Р. — М.: МЦНМО,2018, которая содержит много задач высокой сложности, что позволит изучить курс на углубленном уровне.

Примерной программе соответствует учебник «Алгебра и начала математического анализа». Мерзляк А.Г и др. (10-11) (углубленный уровень), его можно рекомендовать для организации занятий.

Хотелось бы обратить внимание на экспериментальное учебное пособие «Теория вероятностей и статистика 10,11 классы» Ю.Н Тюрин А.А. Макаров, И.Р. Высоцкий, И.В. Яценко, Издательство МЦНМО, Москва, 2014г. Эта книга более всего соответствует примерной программе и может быть использована для подготовки к урокам. В ней отсутствует тема «Формула Байеса», поэтому учителю придется самостоятельно отобрать материал и приготовить занятия по этой теме, что не составит труда, ведь формулу Байеса можно вывести из формулы полной

вероятности. Помимо этого, в качестве дидактического материала можно рекомендовать пособия Высоцкого И. Р. Теория вероятностей. Задачи и контрольные работы. 10 класс, М, МЦНМО 2019г. и «Кружок по теории вероятностей» М.: МЦНМО, 2018г

Дополнительная литература:

- Высоцкий И.Р., Шапарина В.Ю. Под редакцией И.В. Яценко Учебное пособие для подготовки учащихся старшей школы к решению задач по теории вероятностей повышенного уровня сложности единого государственного экзамена (задача 10 профильного уровня в варианте ЕГЭ 2022 года). Издательство: МЦНМО 2022.

- Шахмейстер, А. Х. Комбинаторика. Статистика. Вероятность / – Москва: МЦНМО, 2019.

- Кельберт, М. Я. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики / МЦНМО, 2018.

-Лютикас В. С. Факультативный курс по математике: Теория вероятностей: Учебное пособие для 9—11 классов средней школы 3-е изд., перераб.— М.: Просвещение, 1990.

-Б. В. Гнеденко, А. Я. Хинчин Элементарное введение в теорию вероятностей., М, Наука, 1970.

Статьи Журнала «Квант»:

-Бендукидзе А., Треугольник Паскаля. (N10, 1982).

-Васильев Н., Гутенмахер В., Комбинаторика - многочлены - вероятность. (N1, 1986).

-Виленкин Н., Комбинаторика (N1, 1971).

-Иванов Ю., Сколько вариантов? (N11, 1980).

-Мешойер Р., Комбинаторные доказательства формулы Ньютона. (N9, 1978).

-Ширшов А., Об одной комбинаторной задаче. (N9, 1979).

-Савин А Графы (№6,1994).

-Болтянский В., Топология графов. (N6, 1981).

-Коган Б., Вероятностные задачи (N4, 1973).

-Чукова Ю., Распределение Пуассона. (N8, 1988).

-Спрент П., Зачем нужна статистика? (N10, 1992).

-Шень А., Что такое случайность? (N7, 1983).

Интернет ресурсы:

<http://ptlab.mcsme.ru> Сайт Лаборатория теории вероятностей

<https://fipi.ru> – Сайт Федерального института педагогических измерений

<http://fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-ege>– Открытый банк заданий ЕГЭ

<https://www.problems.ru> – Интернет-проект «Задачи»

<https://resh.edu.ru> – Российская электронная школа

<http://school-collection.edu.ru/>– Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов